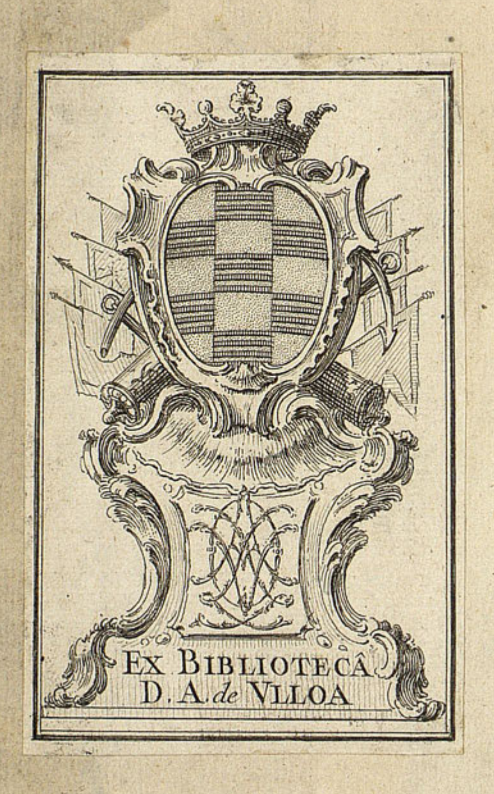
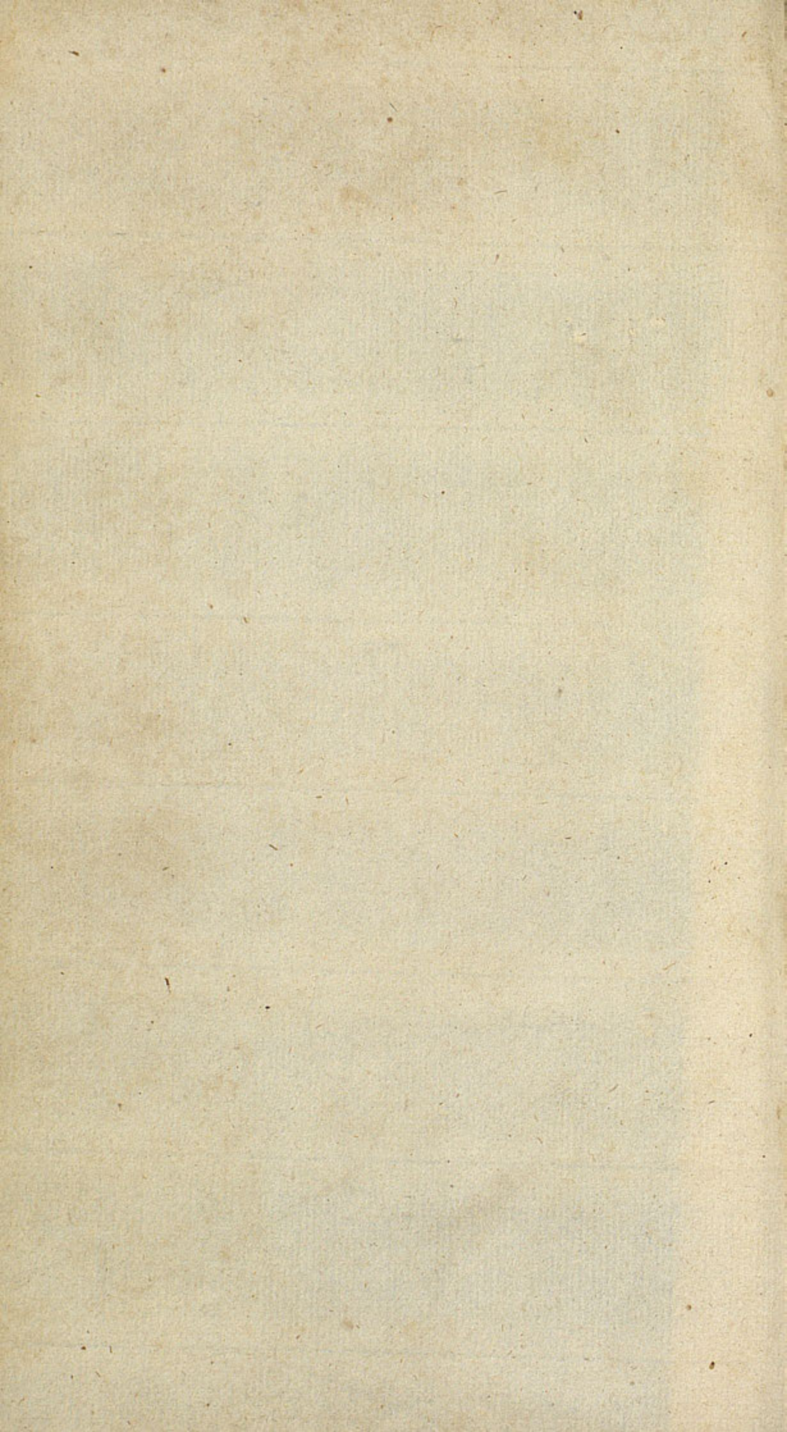






ESSAY
D'UNE
NOUVELLE
THEORIE
DE LA
MANOEUVRE
DES VAISSEAUX,

Avec quelques Lettres sur le même Sujet;

PAR JEAN BERNOULLI,

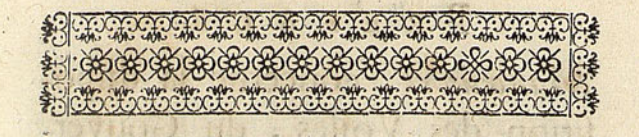
Profess. des Mathem. & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.



A BASLE,

Chez JEAN GEORGE KÖNIG.

MDCCXIV.



PREFACE.

LA Navigation est d'une si grande utilité, qu'on ne sçauroit la cultiver avec trop d'application : Elle a deux parties, dont la premiere nommée le *Pilotage*, regarde principalement l'usage de la boussole, & comme elle est fondée sur des principes de pure Geometrie, plusieurs Auteurs en ont assez exactement écrit. Mais l'autre partie que l'on appelle la

Manœuvre, concerne la diſpoſition des Voiles, du Gouvernail, & du Vaiſſeau même, que l'on doit conduire avec la derniere circonſpection, pour bien menager le vent & le temps, pour profiter de leurs avantages, & pour éviter les dangers.

Cette derniere partie eſt ſans doute la plus eſſentielle de la Navigation; mais elle eſt en même temps la plus difficile: Elle demande une connoiſſance parfaite de la plus ſublime Mechanique, tant des fluides que des ſolides, dans ceux qui entreprennent de la traiter à fond, ſans cela il eſt à craindre qu'ils ne s'égarent, & que leurs erreurs ne

ne deviennent la ſource de divers malheurs dans la pratique.

Monſieur le Chevalier Renau, Ingenieur General de la Marine, & préſentement Lieutenant General des Armées du Roy Cath., de l'Academie Royale des Sciences, eſt le Premier, & peut-être le ſeul, qui a entrepris d'approfondir cette matiere ; l'excellent Livre qu'il publia en 1689. par Ordre exprés du Roy T. C. ſous le Titre de Theorie de la Manœuvre des *Vaiſſeaux*, eſt une preuve de ce qu'on avance ici : Feu Monſieur Huguens s'étant trouvé d'un ſentiment different ſur quelques principes, forma une objection contre la maniere de determiner la

Viteſſe des Vaiſſeaux de Monſr. le Chevalier Renau ; Ce dernier répondit, mais Mr. Huguens repliqua ; Cette célébre Diſpute ayant partagé les ſentimens des Mathematiciens en France, feu Monſr. le Marquis de l'Hôpital deſirant de ſçavoir mon ſentiment ſur cela, me communiqua un état abregé de cette Diſpute. Comme je n'avois encore vû le Livre de Monſieur le Chevalier Renau, & que ſes raiſons, telles que me les avoit rapportées Monſr. de l'Hôpital, me paroiſſoient bonnes, je me determinai ſans balancer en faveur de Mr. le Chevalier Renau.

Du depuis j'ai paſſé pluſieurs Années ſans avoir eu occaſion d'y

d'y penſer, & peut-être aurois-je entierement oublié cette Diſpute ſans une Lettre que je reçûs, il y a quelque temps, de Mr. de M . . . . . où il me mandoit, que Monſieur le Chevalier perſiſtant dans ſon opinion contre Monſr. Huguens, preparoit une nouvelle piece ſur ſa *Theorie* : ce qui ayant reveillé ma curioſité, je voulus ſçavoir préciſement par moi-même, en quoi conſiſtoit le nœud de cette difficulté ; Je lûs pour cet effet le Traité de la Theorie, qu'un Ami venoit de me communiquer fort à propos : Cette lecture a abouti à me faire reconnoître, que non ſeulement je devois me retracter de ce que

j'avois autrefois avancé en faveur de Monſieur le Chevalier Renau ſur le ſimple rapport de Mr. de l'Hôpital, mais encore à me faire découvrir une autre mépriſe trés-importante, touchant la Dérive des Vaiſſeaux, que Monſr. Huguens n'a pas remarquée, ou plûtôt qu'il a paſſée comme une choſe non-erronée dont il demeuroit d'accord, enſorte qu'il eſt tombé dans le même paralogiſme, ce que je prouve évidemment dans cet Eſſai.

Voyant donc d'un côté que toute la Theorie de Monſieur le Chevalier Renau étoit entierement fondée ſur deux principes erronés, & de l'autre que Monſr. Huguens, ce fameux Geometre, s'étoit

s'étoit contenté de refuter celui de ces principes, qui concerne la Viteſſe des Vaiſſeaux ſans ſubſtituer de nouvelles regles à celles de Monſieur le Chevalier Renau qu'il venoit de renverſer: J'ai crû devoir faire part au Public de mes découvertes ſur un ſujet important; c'eſt ce que j'execute dans ce Traité, où l'on trouvera la ſolution des queſtions les plus difficiles qu'on puiſſe former ſur cette matiere, & les Regles tirées de mon Syſteme; De la ſolidité duquel le Lecteur jugera, quand il aura peſé les raiſons ſur leſquelles je l'ai fondé.

L'importance du ſujet, d'où dépend la ſureté de la Naviga-

 tion

tion & le ſalut de tant de milliers de Perſonnes, qui s'expoſent à l'inconſtance des Vents & de la Mer, doit au moins, ce me ſemble, engager les habiles Gens à examiner d'où provient la grande difference, qui ſe trouve entre le reſultat des regles que préſcrivent ces deux Syſtemes, je parle de celui de Monſieur Renau & du mien.

Tels ſont les Motifs qui m'ont engagé à écrire & que j'ai voulu rapporter, de peur que le Lecteur ne trouvât étrange, qu'une Perſonne, qui demeure dans un des Païs les plus éloignés de la Mer, oſe entreprendre de traiter une matiere, qui ſemble exiger une connoiſſance par-

parfaite de la Marine & une Experience consommée de l'Art de la Navigation, qualités que l'on ne peut sans injustice refuser à Monsieur le Chevalier Renau. J'ajoûterai à ces motifs, mon penchant naturel, qui me porte à être utile au Public independemment même de la gloire & de l'avantage qui pourroit m'en revenir, & sur tout dans un Lieu où la connoissance des Sciences & des beaux Arts ne sont pas toûjours un moyen assûré de s'avancer & d'être préferé à ceux qui en sont privés.

Je donne à ce petit Traité le Titre d'*Essai d'une Nouvelle Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux*; car enfin ce n'est qu'un

qu'un Essai, & je reconnois trés-volontiers qu'il s'en faut beaucoup que cette Nouvelle Theorie ne soit complete, aussi n'en verra-t-on jamais qui le soit, vû les difficultés presque insurmontables, qu'on rencontre lors qu'on veut employer les veritables principes de cette Science, & considerer la propre figure des Vaisseaux, consideration d'où depend pourtant absolument la perfection de cette Theorie; Cependant je me flatte, que toute Personne qui voudra en juger sans prévention, trouvera au moins que je ne suis tombé en aucun paralogisme dans les regles que je donne pour les figures supposées des Vaisseaux, dont

quel-

quelques-unes approchent assez de leur veritable figure.

A peine venois-je de finir cet Essai, que Monsieur le Chevalier Renau me fit l'honneur de m'envoyer sa derniere piece intitulée *Memoire, où est demontré un principe de la Mechanique*, &c. me priant de Lui en dire mon sentiment, ce que je fis peu de temps aprés par une Lettre, à laquelle il répondit, formant de nouvelles instances & de nouvelles difficultés que je tâchai de lever par une seconde Lettre : J'ai crû devoir joindre ces Lettres à ce Traité en faveur de ceux qui prévenus pour Monsieur le Chevalier Renau, se trouveroient embarassés par les nouvelles raisons qu'il employe dans son Memoire,

moire, & qu'il a ſçû propoſer avec tant de vraiſemblance qu'elles ne manqueront pas de ſurprendre ceux qui ne les examineront pas avec une attention aſſez ſcrupuleuſe: On a lieu de croire, que comme il n'a point fait de replique à cette ſeconde Lettre, il ſe trouve préſentement ſatisfait ſur tout ce qui Lui faiſoit encore de la peine, & qui l'empêchoit de goûter les raiſons alleguées dans ma précedente Lettre.

Il y a encore une choſe, que je ne dois pas oublier; c'eſt qu'ayant jugé à propos d'écrire ce Traité en François, pour me conformer au Langage de Monſr. le Chevalier Renau, je me figure aiſément, qu'on y trouvera bien des en-

endroits, où les manieres d'exprimer mes pensées, ne sont pas assez Françoises : Mais le Lecteur équitable aura la bonté d'excuser ce défaut, & de considerer deux choses, l'une que l'Auteur ne se pique pas d'écrire dans une Langue qui n'est pas sa Langue maternelle, & l'autre que la matiere sur laquelle il s'est exercé est d'une nature qui demande des expressions simples & claires ; Aussi est-ce la clarté & l'évidence que je me suis proposée sur toute chose dans mes explications, sans me mettre en peine de la beauté du style, content de la solidité du raisonnement.

Si j'ai réüssi ou non, les Personnes éclairées en jugeront ; c'est pourquoi je soûmets cet Ecrit à Leur

Leur examen desintereſſé. Je prie en particulier Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences de Paris, qui ont toûjours reçû favorablement les pieces que je Leur ai preſentées de temps en temps, de vouloir examiner celle-ci avec toute la ſeverité poſſible; car le ſujet en vaut bien la peine. Je m'en tiendrai à Leur deciſion, laquelle, ſuppoſé le fait qu'elle ſoit favorable, comme je n'en doute pas, ne pourra que m'être bien glorieuſe, & me rendre en quelque façon digne du poſte, que j'ai l'honneur d'occuper dans Leur Illuſtre Academie en qualité d'Aſſocié; honneur d'autant plus conſiderable, qu'il n'y a toûjours que huit Perſonnes des Païs Etrangers, choiſies par Sa Majeſté T. C. qui joüiſſent de cette dignité.



ESSAY D'UNE NOUVELLE THEORIE DE LA *Manœuvre des Vaisseaux.*

CHAPITRE I.

De l'action des fluides contre les superficies des corps qu'ils rencontrent ou qu'ils frappent.

I.

LEs forces relatives, avec lesquelles une matiére fluide frappe obliquement diverses superficies planes diversement inclinées à la ligne du courant, ont toutes une direction perpendiculaire à chaque superficie, & sont en raison des quar-

 rés

rés des ſinus des angles d'incidence, ſi ces ſuperficies ſont égales. C'eſt une verité reçûë de tout le monde, & qui ſe démontre aiſément: Car en conſiderant un fluide comme un amas de petites boules dont le mouvement eſt uniforme & parallele, on voit clairement que chacune de ces boules pouſſe la ſuperficie, qu'elle rencontre ſuivant la ligne droite, qui paſſe par ſon centre & par le point d'attouchement, laquelle eſt toûjours perpendiculaire à cette ſuperficie. Or le nombre de ces boules qui frappent une ſuperficie determinée dans un temps donné étant comme le ſinus de l'inclinaiſon ou de l'angle d'incidence, & la force avec laquelle chaque boule la frappe étant auſſi dans la même raiſon, ſelon les principes communs; il eſt clair que la raiſon des forces totales ou relatives avec leſquelles ſont frappées deux ſuperficies planes, diverſement inclinées au courant d'un fluide, eſt en raiſon doublée de ces mêmes ſinus, ou comme leurs quarrés ſont entre eux.

II.

Mais ſi les ſuperficies ne ſont pas égales, alors les impreſſions qu'elles reçoivent

vent de la matiére fluide, ſont en raiſon composée de la doublée des ſinus des angles d'incidence & de la ſimple des grandeurs des ſuperficies.

III.

Enfin ſi diverſes ſuperficies planes ſont pouſſées par divers fluides homogenes, avec diverſes viteſſes, & ſous divers angles d'incidence, les impreſſions faites ſur ces ſuperficies ſont en raiſon composée des quarrés des ſinus des angles d'incidence, des quarrés des viteſſes, & des ſimples grandeurs des ſuperficies. Car c'eſt une maxime generale que la force abſoluë d'une matiére fluide eſt comme le quarré de ſa viteſſe: Mrs. Renau & Huguens en conviennent.

IV.

J'appelle *la ligne de la force mouvante*, la determination ſuivant laquelle un corps eſt pouſſé: Ainſi la ligne de la force mouvante, ſuivant laquelle une voile conſiderée comme plate eſt pouſſée par le vent, eſt celle qui lui eſt perpendiculaire, en quelque ſituation que ſoit la ligne du vent.

V.

Une ſuperficie courbe ayant une infinité de perpendiculaires, il eſt clair,

que la ligne de la force mouvante eſt dans une ſituation differente dans chaque petite partie de la courbe; de ſorte qu'entre toutes les determinations il y en a une moyenne qui partage également de part & d'autre les efforts des impulſions, & ſuivant laquelle la ſuperficie courbe eſt determinée à ſe mouvoir & ſe mouvroit actuellement, s'il n'y avoit point d'empêchement ou quelque autre cauſe qui en detournât la direction: J'appelle cette ligne *la Ligne moyenne de la force mouvante.*

VI.

La même choſe ſe doit entendre de pluſieurs ſuperficies planes ſituées diverſement & faiſant entre elles des angles invariables, comme ſeroient pluſieurs voiles plates attachées à un même vaiſſeau, qui recevroient le vent ſous differens angles d'incidence: Car la ligne moyenne de la force mouvante ſeroit celle qui partageroit également les forces des impreſſions faites ſur toutes les voiles, & qui en ſeroit comme l'axe de l'équilibre.

VII.

Ainſi le Vaiſſeau iroit ſelon la ligne moyenne de la force mouvante, s'il n'y avoit

avoit aucun empêchement ou aucune autre cauſe qui en detournât la route : je veux dire, ſi la figure du vaiſſeau étant ronde, l'eau lui reſiſtoit également de tous côtés, ou que la ligne de la quille diviſant le vaiſſeau en deux parties égales & ſemblables, elle ſe trouvoit ſituée ſuivant la ligne moyenne de la force mouvante.

VIII.

Mais lorsque la quille d'un vaiſſeau, dont la figure n'eſt ni circulaire ni ſpherique, n'eſt pas ſituée dans la direction de la ligne de la force mouvante, alors la reſiſtance de l'eau contre le côté que le vaiſſeau expoſe ou préſente le plus à l'impulſion de l'eau, étant plus grande que celle que ſouffre le côté oppoſé, laquelle eſt ou nulle, comme par exemple ſi le vaiſſeau avoit la figure d'un parallelogramme rectangle, ou trés-petite, parce qu'une portion ſeulement de ce côté reçoit l'impulſion de l'eau & encore ſous un angle d'incidence plus aigu que celui ſous lequel eſt pouſſé l'autre côté, il eſt manifeſte que cette inégalité de réſiſtance fera détourner le vaiſſeau de la ligne moyenne de la force mouvante.

IX.

Il eſt auſſi clair, que ſi cette reſiſtance étoit infinie par rapport à celle qu'eſſuye la prouë, ou ce qui revient au même, ſi le vaiſſeau ne trouvoit point de reſiſtance ou de difficulté à fendre l'eau avec ſa pointe, il iroit le long de la ligne de la quille, quelque ſituation qu'elle eût avec la ligne moyenne de la force mouvante.

X.

Or la reſiſtance que l'eau fait à la prouë d'un vaiſſeau n'étant ni nulle ni infiniment petite à l'égard de celle qui agit contre ſon côté; il eſt naturel que la route du vaiſſeau ne ſe fera ni ſuivant la ligne de la quille ni ſuivant la moyenne de la force mouvante; mais ſuivant une troiſiéme ligne qui compriſe entre les deux précedentes, fera avec la quille un angle que l'on nomme *Angle de la dérive.*

XI.

Je paſſe à la recherche de cet angle, que Mr. Huguens en refutant Mr. Renau n'a pas entrepris de determiner; & à la determination duquel s'eſt trompé Mr. Renau, par ce qu'il a conſideré la réſiſtance que rencontre le vaiſſeau dans un mouve-

mouvement oblique comme composée de la resistance qu'il rencontroit s'il fendoit l'eau avec le côté & de celle qu'il rencontreroit s'il l'a fendoit avec sa pointe, c'est à dire, parce qu'il a composé une resistance, qui est toûjours simple & actuelle, de deux resistances qui ne sont pas actuelles, ce qu'il n'a pû supposer, comme nous le démontrerons dans la suite ; pour determiner donc l'angle de la dérive, il est nécessaire de faire quelques reflexions sur quelques principes tirés de la plus saine méchanique, par lesquelles nous finirons ce Chapitre.

XII.

En toute action il y a une reaction égale & directement opposée, c'est un axiome qui n'a pas besoin de preuve pour peu qu'on y fasse d'attention ; car l'agent ne peut être nommé tel qu'en vertu de l'effet qu'il produit sur le patient, & qui réjaillit toûjours par la même ligne droite sur l'agent, pour égaler & contrebalancer ou plûtôt pour absorber sa cause.

XIII.

Si la reaction consiste en plusieurs reactions particuliéres, la reaction moyenne, qui resulte de la composition du

mouvement ou des forces ſelon la Loi ordinaire de la méchanique, ſera celle qui doit être cenſée égale & directement oppoſée à la tendance de l'action.

XIV.

Ce qui eſt également vrai & pour les forces qui ſont en mouvement pendant qu'elles agiſſent, & pour celles qui ſont en repos.

XV.

Fig. I. Soit par exemple le point A pouſſé ou determiné à ſe mouvoir ſuivant la direction B A par la force B, à laquelle réſiſtent pluſieurs autres forces L, M, N, P ſuivant les directions L A, M A, N A, P A; & ſuppoſé qu'elles empêchent préciſément la force B de mouvoir le point A, ſi bien que ce point A quoique pouſſé de tous ces cinq endroits-là, ne faſſe que reſter en équilibre: Soit maintenant A C, la moyenne direction des quatre forces L, M, N, P, determinée par la regle de la compoſition des forces; je dis que A C ſera dans la même direction que la ligne B A; & que la force B étant tant ſoit peu augmentée, le point A ſe mouvra ſuivant la direction A C, & tiendra toûjours la même route, tandis que les forces L, M,

N, P

N, P & leurs directions se meuvent en même temps d'un mouvement parallele à elles-mêmes.

XVI.

Et si les longueurs des lignes AB, AL, AM, AN, AP, expriment la proportion des forces, il est constant, que la ligne BAC passe par le centre de gravité des points L, M, N, P, & que BA est égale à la somme des distances du point A aux perpendiculaires tirées des points L, M, N, P, sur la ligne BAC; ou bien qu'elle est la quatriéme proportionelle de l'unité, du nombre des points, & de la distance de leur centre commun de gravité au point A.

XVII.

De même chacune des autres tendances LA par exemple étant prolongée passe par le commun centre de gravité de tous les autres points M, N, P, B.

CHAPITRE II.

De la route & de la dérive d'un Vaisseau qui a la figure d'un Parallelogramme rectangle.

I.

SUpposons premiérement pour la facilité du calcul, que la figure du

Vaiſſeau (car c'eſt de la figure que dépend l'angle de la dérive) ſoit ſimplement un Parallelogramme rectangle PSRQ; dont la quille HM parallele au côté long PS paſſe par le centre B; ſoit M la prouë; DC la voile conſiderée comme platte; BG perpendiculaire ſur DC, la ligne de la force mouvante; BL la route du vaiſſeau; AB la ligne du vent; Et ſoit tirée la diagonale QS.

Fig. II.

II.

Il faut d'abord remarquer, que quoique le vaiſſeau ſe meuve ſuivant la ligne BL, ce n'eſt pas ſuivant cette direction qu'il eſt repouſſé par la reſiſtance de l'eau: Car de même que le vent agit ſur la voile non point ſelon ſa propre direction AB, mais ſelon la ligne de la force mouvante BG; de même auſſi l'eau reſiſte au vaiſſeau non pas ſuivant la direction de ſa route, mais ſuivant une autre ligne, laquelle par les art. 13, 14 & 15. du Chap. I. doit être directement oppoſée à la ligne de la force mouvante BG, parce que l'action du vent ſelon BG, a pour ſa reaction ou pour ſon antagoniſte la reſiſtance de l'eau dans la même direction oppoſée BO.

III. Or

III.

Or pour concevoir clairement comment l'eau repouſſe le vaiſſeau dans la direction BO differente de la ligne de la route BL : Imaginons nous pour quelque temps, que ce ſoit l'eau qui ſe meuve comme un torrent ſuivant la ligne LB ; & que le vaiſſeau ſoit ſoûtenu en repos par la force du vent, qui l'empêche d'être entraîné par la violence de l'eau. Il eſt évident & perſonne ne le nie, que la force active de l'eau courante agit ſur le Vaiſſeau de la même maniére & ſuivant la même determination, que fait la reſiſtance paſſive de l'eau en ſuppoſant le vaiſſeau en mouvement dans une eau calme. Cependant voilà le cas de l'article 15 du Chap. précedent : Car l'eau frappant continuellement les deux côtés du rectangle SP & SR, elle agit ſelon les lignes perpendiculaires ſur SP & SR, & les forces avec leſquelles ces deux côtés ſont pouſſés, ſont en raiſon compoſée des quarrés des ſinus des angles d'incidence, & des ſimples grandeurs des côtés SP & SR par l'art. 2. du Chap. I. Conſiderant donc toute la force qui agit ſur SP comme reunië dans le point du milieu

lieu N & dirigée ſuivant N B, & toute la force qui agit ſur S R comme réunië dans le point du milieu M, & dirigée ſuivant M B. Enſorte que voilà le point B pouſſé d'une part par deux forces laterales de l'eau ſuivant N B & M B, ou leurs prolongations B E & B F, & de l'autre par la force du vent ſelon B G. Prenant enſuite B E & B F proportionelles aux deux forces appliquées en N & M; & achevant le rectangle E B F O, il eſt manifeſte par les régles de la Statique, que la diagonale B O marquera la direction & la grandeur de la force moyenne, avec laquelle le point B eſt pouſſé ſuivant B O, & laquëlle reſulte de la compoſition des forces laterales B E & B F: Et par ce qui a été dit dans l'art. 15. du Chap. I. elle ſera égale & directement oppoſée à la force du vent, dont la direction eſt par hyp. la ligne B G.

IV.

Pour trouver donc la ligne B G de la force qui ſoûtient le vaiſſeau, la ligne du courant B L étant donnée; ou reciproquement pour trouver celle-ci, l'autre étant donnée: Il n'y a qu'à chercher la proportion des deux forces laterales B E & B F; pour cet effet ſoit prolon-

gée

gée RS jusqu'à ce qu'elle rencontre les lignes BL, BG en L & G. Il est évident que LM est à BM comme le sinus de l'angle LBM est au sinus de l'angle BLM, c'est à dire comme le sinus de l'angle d'incidence sur le côté SP est au sinus de l'angle d'incidence sur le côté SR: donc par l'art. 2. du Chap. précedent $BE . BF :: LM^2 \times SP . BM^2 \times SR :: LM^2 \times BM . BM^2 \times MS :: LM^2 . BM \times MS$; & partant $GM . BM (:: BE . BF) :: LM^2 . BM \times MS$, ce qui donne cette égalité $LM^2 = GM \times MS$; ce qui fait voir que LM est la moyenne proportionelle entre GM & SM.

V.

Supposons à présent que l'eau est en repos, & faisons mouvoir le vaisseau le long de la droite BL. Il est incontestable que par cette supposition on ne change rien ni dans la direction ni dans la quantité, ni dans la raison des forces laterales BE & BF, ni par consequent dans la direction & dans la quantité de la force moyenne BO, suivant laquelle l'eau resiste au vaisseau, & laquelle est toûjours égale & directement opposée à la force mouvante qui agit suivant la direction BG.

VI. D'où

VI.

D'où il ſuit que la ſituation de la quille BM, & celle de la voile DC, ou celle de la force mouvante BG, étant donnée, l'on trouve celle de la route, en faiſant ML moyenne proportionelle entre MS & MG; ou, ce qui eſt la même choſe, MS, ML & MG étant en raiſon des tangentes des angles MBS, MBL & MBG, l'angle de la dérive MBL ſe trouve, quand on fait ſa tangente moyenne proportionelle entre la tangente de l'angle que fait la quille avec la diagonale du parallelogramme, & la tangente de l'angle de la quille & de la ligne de la force mouvante; ou du complement de l'angle que fait la ligne de la quille avec la voile.

VII.

Quoi qu'il paroiſſe difficile de concevoir qu'il puiſſe arriver un cas, où la dérive étant donnée, on ſe trouve engagé à chercher la ſituation de la voile; peut-être ne ſeroit-il pourtant pas inutile de remarquer, que ce problême ſeroit aiſé à reſoudre, en faiſant ſeulement la tangente de l'angle MBG, ou du complement de l'angle de la voile avec la quille, la troiſiéme proportionelle des tangentes

gentes des deux angles RBS, RBL, que fait la quille avec la diagonale du parallelogramme, & avec la ligne de la route.

VIII.

Mais il eſt à propos de faire ici une remarque ſur la difference, qu'il y a entre la maniere dont Mr. Renau determine la dérive, & celle dont je me ſers; ſelon lui la raiſon de GM à LM eſt invariable, puis qu'il la croit être toûjours comme la difficulté que le vaiſſeau trouve à fendre l'eau avec le côté PS, à la difficulté, qu'il trouve à la fendre avec la prouë RS; ſuppoſons par exemple que PS ſoit dix fois plus grande que RS, & que par conſequent il faille dix fois plus de force pour mouvoir le vaiſſeau perpendiculairement au côté PS, qu'il n'en faudroit pour le mouvoir avec la même viteſſe perpendiculairement au côté RS; par le ſyſtême de Mr. Renau la dérive LM feroit toûjours la dixiéme partie de GM, quelque ſituation qu'eût la quille à l'égard de la ligne de la force mouvante BG. Au lieu que par la Theorie que je viens de bien prouver, il n'y a qu'un ſeul cas où GM puiſſe être à LM comme dix eſt à un, ſçavoir lorſ-

lorſque SM eſt la centiéme partie de GM ; car dans ce cas l'angle MBS étant de 5. degr. 43. min. l'angle de la dérive MBL ſera de 45. degr. & l'angle MBG que fait la quille avec la ligne de la force mouvante de 84. degrés 17. min. Et ſon complement MBC que fait la quille avec la ligne de la voile de 5. degr. 43. min. & partant égal à l'angle MBS.

IX.

Mais en tout autre cas la raiſon de GM à LM ſera ou plus ou moins grande que celle de dix à un ; il peut même arriver que la dérive LM devienne égale à GM & même plus grande, ſçavoir lorſque G tombe en S ou entre S & M ; ce qui n'a pas beſoin de demonſtration, étant évident par la conſtruction que nous avons donnée dans l'art. 6. de ce Chapitre.

CHAPITRE III.

De la Viteſſe du Vaiſſeau Rectangulaire.

I.

VOyons maintenant comment on trouve les differentes viteſſes du Vaiſſeau par rapport aux differentes ſi-

tuations

tuations de la quille, en gardant toûjours la même ſituation de voile, la même force & la même ligne du vent. Pour cette fin ſoit $BM = a$, $MS = b$, $MG = p$, la viteſſe ſuivant ſa route $= u$: Mais dans une autre ſituation de quille ſoit $MG = q$, & la viteſſe ſuivant ſa route $= v$; on aura pour la premiere ſituation $ML = \sqrt{bp}$, & pour la ſeconde $ML = \sqrt{bq}$.

II.

Or par l'art. 3. du Chap. I. la force laterale avec laquelle l'eau pouſſe le côté PS ſuivant BE, s'exprime par le produit du quarré du ſinus de l'angle d'incidence LBM, du quarré de la viteſſe, & de la ſimple ligne PS: Et la force laterale avec laquelle l'eau frappe le côté SM, ſuivant BF, s'exprime par le produit du quarré du ſinus de l'angle d'incidence MLB, du quarré de la viteſſe, & de la ligne RS: c'eſt à dire que dans la premiere ſituation de quille la force ſuivant BE ſera $= \frac{ML^2}{BL^2} \times uu \times PS = \frac{bp}{aa+bp} \times uu \times 2a = \frac{2abpuu}{aa+bp}$, & la force ſuivant BF $= \frac{BM^2}{BL^2} \times uu \times RS = \frac{aa}{aa+bp} \times uu \times 2b = \frac{2aabuu}{aa+bp}$, & partant la force moyenne

 ſui-

ſuivant BO $(\sqrt{BE^2 + BF^2}) = \frac{uu\sqrt{4aabbpp + 4a^4bb}}{aa + bp}$. Par un ſemblable raiſonnement on trouve pour la ſeconde ſituation de quille la force moyenne ſuivant BO $= \frac{vv\sqrt{4aabbqq + 4a^4bb}}{aa + bq}$; Or comme cette force moyenne doit être toûjours la même dans toutes les ſituations de quille, puiſque par l'art. 15. du Chap. I. elle eſt toûjours égale & directement oppoſée à la force mouvante, il s'enſuit que $\frac{uu\sqrt{4aabbpp + 4a^4bb}}{aa + bp} = \frac{vv\sqrt{4aabbqq + 4a^4bb}}{aa + bq}$; par conſequent $uu. vv :: \frac{\sqrt{qq + aa}}{aa + bq} . \frac{\sqrt{pp + aa}}{aa + bp} :: \frac{aa + bp}{\sqrt{pp + aa}} . \frac{aa + bq}{\sqrt{qq + aa}}$. C'eſt à dire que le quarré de la viteſſe eſt toûjours comme $\frac{BL^2}{BG}$, ou comme la troiſiéme proportionelle de la ſecante de l'angle de la force mouvante MBG à la ſecante de l'angle de la dérive MBL.

III.

Il n'eſt pas difficile de demontrer que de toutes ces $\frac{BL^2}{BG}$, la plus grande eſt, lorſque les deux points L & G ſe reuniſſent au point S; ce qui arrive quand

la

la diagonale du vaiſſeau eſt perpendiculaire à la ligne de la voile D C, auquel cas la ligne de la route tombe ſur celle de la force mouvante. D'où il reſulte une propoſition qui pour être une eſpece de paradoxe n'en eſt pas moins vraie, c'eſt que dans un vaiſſeau rectangulaire tel que nous le ſuppoſons ici, la voilure la plus avantageuſe, ou la maniere de diſpoſer la voile pour aller avec toute la viteſſe poſſible ſuivant la ligne du vent, n'eſt pas de porter vent arriére, ou de prendre le vent en pouppe, mais de diſpoſer le vaiſſeau de telle ſorte, que ſa diagonale ſe trouve dans la ligne de direction du vent, & la voile perpendiculaire à cette même direction: Car avec le même vent & avec la même ſituation de voile la viteſſe ſi l'on dirige B S ſur B G, ſera à la viteſſe ſi on dirige B M ſur B G, comme $\sqrt{BS}$ à $\sqrt{BM}$.

IV.

Pour determiner maintenant la raiſon des viteſſes du vaiſſeau, tant pour les diverſes ſituations de la voile par rapport au vent, que pour les diverſes ſituations de la quille par rapport à la voile. Conſiderons d'abord que ſi l'an-

gle de la voile & de la quille CBM demeure le même, pendant que la force mouvante change, les lignes BE, BF & BO, qui expriment les forces laterales & la force moyenne de la resistance de l'eau, changent seulement de grandeur & non point de proportion : or comme BE & BF changent en raison du quarré de la vitesse du vaisseau, il faut que BO ou la resistance moyenne de l'eau, & par consequent la force mouvante qui lui est égale par l'art. 15. du Chap. I. change aussi en raison du quarré de la vitesse : mais on a demontré dans l'art. 2. de ce Chapit. que si la force mouvante demeure la même pendant que l'angle de la quille & de la voile MBC change, le quarré de la vitesse sera comme $\frac{BL^2}{BG}$: En combinant ces deux raisons, on aura le quarré de la vitesse du vaisseau, pour tous les deux changemens, en raison composée de la force mouvante & de $\frac{BL^2}{BG}$; or la force mouvante est comme le quarré du sinus (que je nomme S) de l'angle ABC que fait la ligne du vent avec la voile par l'art. 1. du Chap. I. substituant donc SS pour la raison de la force mouvante, on

on trouve le quarré de la viteſſe du vaiſſeau, comme $\frac{SS \times BL^2}{BG}$; & par conſequent la ſimple viteſſe comme $\frac{S \times BL}{\sqrt{BG}}$ pour toutes les diverſes ſituations de la voile auſſi bien que pour les diverſes ſituations de la quille.

V.

Que ſi par curioſité on vouloit faire entrer encore la diverſité du vent par rapport à ſa force abſoluë, laquelle eſt comme le quarré de ſa viteſſe (que je nomme V); il eſt évident que la force mouvante, avec laquelle le vent agit contre la voile CD ſuivant la ligne BG, ſera comme VVSS; & ainſi le quarré de la viteſſe du vaiſſeau deviendra comme $\frac{VV \times SS \times BL^2}{BG}$, ou la ſimple viteſſe comme $\frac{V \times S \times BL}{\sqrt{BG}}$, pour toutes les diverſités qui reſultent des trois conditions que nous venons de propoſer.

VI.

Mais il ne ſera pas hors de propos de faire voir une maniere de determiner geometriquement par le moyen d'une ligne courbe les differentes viteſſes & dérives, qui dependent des differen-

 tes

tes ſituations de la prouë du vaiſſeau par rapport à la voile.

CONSTRUCTION.

Fig. III. Soit AB le vent, CD une ſituation de voile, BG perpendiculaire à CD, & l'axe de la courbe des viteſſes XKI dont je vais expliquer la conſtruction; BM la ſituation & la demi-longueur du vaiſſeau, MG perpendiculaire à BM, rencontrant BG en G; Soit pris ſur MG la partie MS égale à la demi-largeur du vaiſſeau. Soit ML moyenne proportionelle entre MG & MS: que l'on tire BL, qui marquera la route du vaiſſeau, & partant auſſi l'angle de la dérive MBL par rapport à la ſituation de la quille BM. Soit de plus tracé ſur le diametre BI égal à BS, le demi-cercle BVI; & ſoit tirée STV perpendiculaire ſur BG, qui coupe le demi-cercle en V: Soit pris ſur BL une partie BK égale à la corde BV; je dis, que ſi on fait la même choſe pour toutes les diverſes ſituations de quille, ſuppoſant celle de la voile CD toûjours la même, la courbe qui paſſe par les points K ſera la *determinatrice* des viteſſes, ou ce qui revient au même châque ligne telle que BK compriſe entre le

point

point B & la courbe BKI marquera la viteſſe du vaiſſeau dans la route BL.

DEMONSTRATION.

A cauſe des triangles ſemblables BGM, SGT; BG . MG :: SG . TG, donc $BG \times TG = MG \times SG$, ajoûtant de part & d'autre $GM \times MS$ ou ML^2, il vient $BG \times TG + ML^2 = MG \times SG + GM \times MS = MG^2$; ajoûtant encore BM^2, on a $BG \times TG + ML^2 + BM^2$ ou $BG \times TG + BL^2 = MG^2 + BM^2$ ou BG^2, & partant $BL^2 = BG^2 - BG \times TG = BG \times BT$, donc $\frac{BL^2}{BG} = BT = \frac{BV^2}{BI} = \frac{BK^2}{BS}$, & $\frac{BL}{\sqrt{BG}} = \frac{BK}{\sqrt{BS}}$; ainſi comme la viteſſe du vaiſſeau eſt en raiſon de $\frac{BL}{\sqrt{BG}}$, par l'art. 2. de ce Chap. Elle ſera auſſi en raiſon de $\frac{BK}{\sqrt{BS}}$, ou (à cauſe que BS eſt donnée & par conſequent $\sqrt{BS}$ invariable pour toutes les ſituations de la quille) en raiſon de BK: c'eſt à dire que la viteſſe dans une ſituation, eſt à la viteſſe dans une autre ſituation, comme BK dans celle-là, eſt à BK dans celle-ci.

VII.

Pour mieux comprendre la figure de

cette ligne courbe X K I, il eſt néceſſaire d'en conſiderer le commencement & la fin : ſuppoſons donc d'abord que la ſituation de la quille tombe ſur la ligne de la voile B C, dans ce cas M G devient parallele à B G, & par conſequent infinie ; La moyenne proportionelle M L ſera auſſi infinie, & partant B L qui ſera de même parallele à M L tombera ſur B G : ainſi le point K ſera en X ſur la ligne B G, & formera le commencement de la courbe X K I, étant éloigné du point B de l'intervalle B X égal à la moyenne proportionelle entre B I ou B S & S M. Suppoſons maintenant que l'angle C B M ſoit ſi grand, que la demi-diagonale B S tombant ſur B G, les trois points S, G, & L ſe réuniſſent au point I ; pour lors le point K revient ſur la ligne B G, aprés avoir fait un demi-tour ſuivant la courbe X K I, qui prend la forme d'une demi-ellipſe ſur l'axe X I, comme on le peut connoître, ſi on veut prendre la peine de la tracer, en determinant pluſieurs points K par la conſtruction que je viens de donner.

VIII.

La ſituation de la voile C D étant donc donnée, pour determiner la ligne de

de la route dans quelque ſituation qu'on mette le vaiſſeau par rapport à la voile; il n'y a qu'à tirer la ligne de la ſituation du vaiſſeau BM, & la faire égale à la ligne, qui repréſente la demi-longueur du vaiſſeau; puis élever la perpendiculaire MG, entre laquelle & la partie MS, qui repréſente la moitié de la largeur du vaiſſeau, la moyenne proportionelle ML determinera le point L, par lequel ſi on mene la droite BL, elle ſera la route, ſa partie BK la viteſſe, & MBL l'angle de la dérive du vaiſſeau.

IX.

Mais comme la ligne de la route BL, coupe la courbe XKI en deux points K & k, à moins qu'elle ne la touche; pour ne pas être dans l'incertitude ſi c'eſt Bk ou BK, qui deſigne la viteſſe du vaiſſeau, il ne faut que tirer la perpendiculaire STV, pour voir ſi la corde BV eſt égale à BK ou à Bk, car celle à laquelle elle eſt égale, doit être priſe pour la viteſſe: Deſorte que ſans ſe ſervir de la courbe, on trouve immediatement la viteſſe, en tirant la perpendiculaire STV pour avoir le point V, dont la diſtance BV du point B eſt toûjours égale à la viteſſe cherchée.

X.

Il n'en eſt pas de même, ſi la ligne de la route étant donnée, on cherche à determiner la ſituation de la quille : car en ce cas il eſt abſolument néceſſaire de determiner par le moyen de cette courbe les deux points d'interſection K & *k* qu'elle forme ſur la ligne de la route B L, en ſorte qu'il y a deux differentes ſituations du vaiſſeau, dans chacune deſquelles on peut faire la même route B L; mais il faut choiſir la plus avantageuſe de ces ſituations, ou celle qui fait avancer le vaiſſeau avec la plus grande viteſſe; pour cet effet il faut ſe ſervir du point d'interſection K le plus éloigné du point B, en décrivant de l'intervalle B K un arc de cercle, qui coupe le demi-cercle B V I dans un point V; d'où il faut tirer ſur le diametre B I, la perpendiculaire B T, & la prolonger juſqu'à ce qu'elle coupe en S l'arc de cercle décrit du centre B & du rayon B I : La Ligne B S ſera la ſituation de la diagonale du vaiſſeau : Faiſant donc l'angle S B M égal à l'angle de la quille & de la diagonale ; on aura B M pour la ſituation cherchée, dans laquelle il faut mettre le vaiſſeau, pour lui faire parcourir B K.

XI.

Si du point B on tire Bf qui touche la courbe B K I, & que par l'art. préced. on cherche la ſituation du vaiſſeau pour la route Bf, il eſt manifeſte, que cette ſituation ſera celle, dans laquelle il faut diſpoſer le vaiſſeau, pour faire que la route Bf faſſe avec la voile C D le plus petit angle qu'il eſt poſſible.

CHAPITRE IV.

De la ſituation la plus avantageuſe de la voile & de la quille pour gagner au vent, ou pour le fuir, ou pour faire quelque route propoſée.

I.

L'Ordre demande que je montre la maniere de determiner la ſituation la plus avantageuſe tant de la voile que de la quille, pour tenir le vent le plus qu'il eſt poſſible, ou pour le fuir, ou pour avancer avec toute la viteſſe poſſible ſuivant une route donnée. Soit premiérement la ſituation de la voile donnée, & qu'il faille ſçavoir celle de la quille, pour gagner le plus au vent. Pour effectuer cela, ſoit la courbe des viteſſes X K I fort exactement tracée par la

Fig. IV. la construction expliquée dans l'art. 6. du Chap. préced. & soit tirée à cette même courbe une tangente K*a*, laquelle soit perpendiculaire à la ligne du vent AB : Il est évident que la ligne BL menée par le point K, sera la route que le vaisseau doit suivre; car la quantité B*a*, dont il gagne au vent dans le temps qu'il parcourt BK, est la plus grande de toutes les autres B*a* aussi determinées par des perpendiculaires K*a* tirées de tous les autres points K de la courbe XKI, lesquelles B*a* sont la mesure de ce que le vaisseau peut gagner en parcourant toutes les autres BK en des temps égaux. La route BL étant ainsi determinée, on peut aussi determiner par l'art. 10. du Chap. préced. la situation de la quille la plus avantageuse, pour gagner au vent. Mais il est à remarquer, que l'angle ABC pourroit être si grand, que B*a* seroit ou nulle ou negative, ce qui seroit cause, que le vaisseau suivroit une route perpendiculaire au vent, ou qu'il perdroit au lieu de gagner au vent; quoique cependant il en perdit le moins qu'il est possible dans le cas dont il s'agit.

II.

Supposons présentement l'angle ABC varia-

variable ; il s'agit de determiner quel angle feroit la voile BC avec la ligne du vent A B, dans la ſituation la plus avantageuſe pour gagner au vent. Pour executer ce projet auſſi commodement, que la pratique le permet, le meilleur moyen eſt de tracer un aſſez grand nombre de differentes ſituations de voile, telles que ſont D C, *d c* &c. leſquelles font avec la ligne du vent autant de differens angles A B C, A B *c* &c. ſur chacune deſquelles on érigera du point B des perpendiculaires B I, B *i* &c. pour ſervir de diametres aux courbes des viteſſes X K I, *x* K *i* &c. que l'on tracera avec toute l'exactitude poſſible, en obſervant la condition qui ſuit. On décrit au commencement ſur une des perpendiculaires telle que B I par exemple priſe à diſcretion la courbe des viteſſes X K I d'une grandeur arbitraire ſuivant la regle de l'art. 6. du Chap. préced. puis ſur chaque autre B *i* on conſtruit la courbe *x* K *i* ſemblable à X K I, de maniere que les lignes homologues dans l'une & dans l'autre ſoient proportionelles aux ſinus des angles d'incidence du vent ſur la voile ; c'eſt à dire que le ſinus de l'angle A B C, ſoit au ſinus de l'angle A B *c* ::

Fig. V.

A X.

AX. Ax :: AI. Ai: Il eſt manifeſte par l'art. 6. du Chap. prec. que non ſeulement BI & Bi expriment les viteſſes du vaiſſeau dans les routes perpendiculaires à la voile en differentes ſituations; mais que toutes les autres lignes qui partent du point B & qui ſont terminées par ces courbes XKI, xKi &c. marqueront les divers degrés de viteſſes du vaiſſeau en ſuivant les routes de ces mêmes lignes pour toutes les differentes ſituations de voile par rapport au vent: enſorte que BK tirée à quelque point d'interſection K de deux courbes quelconques XKI & xKi, deſignera une route commune que le Vaiſſeau peut parcourir également vite dans les deux diverſes ſituations de voile DC & dc; ſi bien que de l'une & de l'autre de ces maniéres il tiendra également le vent.

III.

Or il eſt enſeigné dans l'Analyſe des infiniment petits, comment une infinité de lignes données de poſition, forment par leurs interſections immediates une nouvelle ligne courbe, qui touche toutes les autres dans les mêmes points, où deux de ces lignes données infiniment proches ſe coupent: c'eſt ainſi par exem-

exemple que les cauſtiques ſont formées par les concours ou interſections immediates des rayons reflêchis ou rompus ; c'eſt ainſi auſſi que toutes les paraboles que décrivent les bombes jettées avec la même force de mortier dans toutes les differentes élevations, font par leurs interſections immediates, une autre parabole égale à celle, que fait le jet horizontal, & dont elle eſt une eſpéce d'aſymtote.

I V.

Si donc la multitude des courbes X K I, *x* K *i* &c. eſt ſuffiſamment grande, & qu'elles ſoient raiſonnablement proches les unes des autres, on tracera aiſément le contour d'une nouvelle courbe B *k* K R, qui friſera chacune des autres courbes, en ſuivant ſimplement le chemin que montrent les interſections immediates *k* K, ou en paſſant tant ſoit peu au-de-là : Cette nouvelle courbe B *k* K R, que l'on peut appeller *la Ligne des plus promts avancements*, étant décrite avec beaucoup de préciſion, ſervira à determiner la ſituation la plus avantageuſe tant de la voile que de la quille, pour avancer contre le vent le plus promtement qu'il eſt poſſible ; voici la manié-

maniére de s'en servir : On applique le petit côté SA d'un équerre S*a*V sur la ligne du vent AB, dans cette situation on l'approche de la courbe B*k*KR jusqu'à ce que le long côté *a*V touche la courbe B*k*KV ; on en marque le point d'attouchement *k*; auquel on mene la droite B*k*, qui marque la vitesse & la route du vaisseau, puis on observe quelle des courbes des vitesses *x*K*i* passe par le point *k*; car son diametre B*i* determine la ligne de la force mouvante, & *d*B*c* perpendiculaire à cette derniere sera la situation de la voile cherchée ; laquelle étant connuë, celle de la quille se trouve par l'art. 10. du Chap. préced.

V.

Cette courbe des plus promts avancemens B*k*KR sert aussi à determiner la situation la plus avantageuse de la voile par rapport au vent & à une route proposée qu'il faut tenir. Car soit AB la ligne du vent, & BK celle de la route, qui coupe la courbe B*k*KR au point K; Il faut observer la courbe des vitesses XKI qui passe par K, ou qui touche dans ce point K la courbe B*k*KR ; le diametre BI de la courbe des vitesses XKI sera la ligne de la force mouvante, & sa

& sa perpendiculaire D B C sera la situation de la voile la plus avantageuse, laquelle étant determinée, celle de la quille se determine aussi par l'articl. 10. du Chap. préced.

VI.

Il est vrai que les methodes que je viens d'enseigner dans ce Chapitre, ne sont que des methodes mechaniques, mais il faut aussi avoüer, qu'elles sont plus utiles pour la pratique, que la résolution des égalités algebraïques, dans lesquelles on tombe aprés en avoir achevé l'analyse, & qui sont d'un degré trop composé pour être employées dans la pratique. Cependant je veux bien faire voir la maniere dont je m'y prendrois pour faire ce calcul dans le cas le plus simple de la figure du vaisseau, que j'ai supposée être un parallelogramme rectangle en general, & que je suppose maintenant pour la facilité du calcul être un rectangle fort long par rapport à sa largeur, que je prendrai par consequent comme infiniment petite.

CHAPITRE V.

Digression pour resoudre par un calcul Algebraïque les questions du Chap. préced. en

ſuppoſant la dérive du Vaiſſeau nulle ou inſenſible. De la plus avantageuſe poſition du Gouvernail pour faire tourner le Vaiſſeau avec le plus de promtitude.

I.

DE cette ſuppoſition il ſuit premiérement, que dans toutes les ſituations de la voile D C & de la quille B M, la dérive M L (Fig. II.) eſt infiniment petite ou nulle, parce qu'elle eſt moyenne proportionelle entre une ligne finie M G, & une ligne infiniment petite M S: enſorte que cette ſuppoſition tombe préciſement dans le cas qui fut agité entre Mrs. Renau & Huguens. Examinons à préſent la nature de la courbe des viteſſes:

II.

Fig. VI.

Soit D C la poſition de la voile, B G la ligne de la force mouvante. Soit enfin décrit le demi-cercle B K G ſur le diametre B G, ce demi-cercle ſera ſelon Mr. Renau la courbe des viteſſes dans la ſuppoſition que les dérives ſont nulles: Mais prolongeant en S toutes les lignes droites B K, qui partent du point B, en ſorte que les droites B S ſoient moyennes proportionelles entre B K & B G; les points S formeront ſelon Mr. Hu-

guens

guens la courbe des viteſſes en ſuppoſant auſſi les dérives nulles.

III.

Mais pour ſe ſervir ici de nôtre conſtruction expliquée dans l'art. 6. du Chap. III. il n'y a qu'à ſuppoſer que MS (Fig. III.) & par conſequent auſſi ML ſont nulles, ou que les points S & L tombent ſur M: Et ſuivre le reſte de la conſtruction comme il y a été enſeigné.

IV.

Soit donc de nouveau DC la ligne de la voile, & BG la ligne de la force mouvante: Du centre B & de l'intervalle BI ou BM qui repréſente la demi-longueur du Vaiſſeau, ſoit décrit un arc de cercle IM; ſoient tirées de plus de tous les points M de l'arc IM, des perpendiculaires MT, leſquelles prolongées rencontreront le demi-cercle BVI, dont le diametre eſt BI, aux points V; ſoient enfin tranſportés les intervalles BV ſur BM, pour avoir BK = BV; les points K formeront la courbe BKI qui ſelon ma conſtruction generale ſera la courbe des viteſſes.

Fig. VII.

V.

Il faut prouver avant toute choſe, que cette courbe convient avec celle

 de

de Mr. Huguens, ce qui n'eſt pas difficile : Car ayant achevé de décrire le demi-cercle BVI, pour avoir le demicercle oppoſé BRI, qui coupe la ligne du Vaiſſeau au point R, duquel ayant tiré au point I la droite RI, on aura le triangle BRI ſemblable & égal au triangle BTM, parce que les angles R & T ſont droits, & l'angle IBM eſt commun, outre cela les deux hypotenuſes BI & BM ſont égales ; d'où il ſuit que BR eſt auſſi égale à BT : Or BV eſt moyenne proportionelle entre BT & BI par la nature du cercle, donc auſſi BK qui eſt = BV, ſera moyenne proportionelle entre BT & BI, ou entre leurs égales BR & BM : ce qui fait voir, que la courbe des viteſſes BKI, qui reſulte de nôtre conſtruction generale, eſt la même que celle de Mr. Huguens ; & qu'elle decide par conſequent la controverſe en ſa faveur, contre la prétenſion de Mr. Renau.

VI.

Fig. VI. Reprenons donc la Fig. VI. qui eſt en partie celle de Mr. Huguens : il s'agit de trouver ſuivant mes principes la regle qu'il donne, mais dont il cache l'analyſe, par laquelle il determine la plus avanta-

vantageuſe ſituation de la voile, quand l'angle de la quille BF & du vent BA eſt donné, pour faire le plus de chemin & partant auſſi pour gagner le plus au vent. La regle en queſtion conſiſte dans cette égalité $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, où x ſignifie le ſinus OQ de l'angle de la voile & du vent, a le rayon BA, p le ſinus FP de l'angle de la quille & du vent. Gardant donc les mêmes lettres, voici comme je raiſonne pour parvenir à cette égalité. Puiſque les BS dans la Fig. VI. expriment les viteſſes pour la poſition invariable de la voile DC, il faut multiplier BS par le ſinus de l'angle ABO ſuivant l'art. 4. du Chapit. III. pour avoir la proportion des viteſſes dans les differentes ſituations de voile par rapport au vent; enſorte que OQ x BS exprime la viteſſe indeterminée dont il faut chercher la plus grande: Mais il faut chercher auparavant la valeur analytique de BS de la maniere qui ſuit. Aprez avoir tirée FZ perpendiculaire ſur la ligne de la voile, je fai BQ $(\sqrt{aa - xx})$. QO (x) :: BP $(\sqrt{aa - pp})$. PX, qui ſera $= x\sqrt{\frac{aa - pp}{aa - xx}}$; or le triangle BOQ eſt ſemblable au triangle XFZ, parce que l'un & l'autre eſt ſemblable

 blable

blable au triangle BXP, ce qui me donne BO (a). BQ $(\sqrt{aa-xx})$ :: XF ou PF — PX $(p - x\sqrt{\frac{aa-pp}{aa-xx}})$. FZ, & partant FZ ou BK (car ces deux lignes sont égales, à cause de l'égalité des deux triangles BFZ & GBK) sera $= \frac{p}{a}\sqrt{aa-xx} - \frac{x}{a}\sqrt{aa-pp}$, par consequent BS^2 (BF x BK) $= p\sqrt{aa-xx} - x\sqrt{aa-pp}$, & $OQ^2 \times BS^2$ (c'est-à-dire le quarré de la vitesse) $= pxx\sqrt{aa-xx} - x^3\sqrt{aa-pp}$. Mais puisque la simple vitesse doit être la plus grande, il s'ensuit que son quarré doit aussi être le plus grand quarré; toute la question se reduit donc à suivre nos regles de *maximis* & *minimis* expliquées dans l'Analyse des infiniment petits, c'est à dire à differentier cette derniere quantité, & à en supposer la differentielle égale à Zero, ou à faire la differentielle de $pxx\sqrt{aa-xx}$, qui est $\frac{2aapx - 3px^3}{\sqrt{aa-xx}} dx =$ à la differentielle de $x^3\sqrt{aa-pp}$, qui est $3xxdx\sqrt{aa-pp}$; laquelle divisée par xdx, donne l'égalité $\frac{2aap - 3pxx}{\sqrt{aa-xx}} = 3x\sqrt{aa-pp}$: dont chaque membre étant multiplié par lui-même & leur produit

produit par $aa-xx$ on aura la nouvelle égalité $4a^4pp-12aappxx+9ppx^4 = 9a^4xx-9aappxx-9aax^4+9ppx^4$; de laquelle ôtant de part & d'autre $9ppx^4-9aappxx$, & reduisant le reste à l'ordinaire, il en resulte $x^4 = aaxx+\frac{1}{3}ppxx-\frac{4}{9}aapp$, qui est précisement la même équation qu'avoit trouvée Mr. Huguens, & dont il se fait honneur, assûrant que la regle, qu'il avoit établie, étoit vraie, quoiqu'il ait caché la methode qui l'y a conduit; soit qu'il ait voulu en faire mystere, ou que sa methode ait été trop étenduë: Mais enfin quel qu'en puisse être le motif, je croi qu'on ne sera pas fâché, de voir ici cette methode developpée, & que le Public me sçaura gré de cette découverte.

VII.

Mr. Huguens a raison de dire que les deux racines de cette équation, qui toutes deux sont vraies, servent aux deux cas dans lesquels la ligne de la quille fait un même angle avec celle du vent; sçavoir en allant prés du vent, ou vent largue: ces deux racines étant $xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}pp+\frac{1}{6}\sqrt{9a^4-10aapp+p^4}$, & $xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}pp-\frac{1}{6}\sqrt{9a^4-10aapp+p^4}$.

Mais il ne dit pas laquelle de ces racines ſert pour le cas du vent étroit, j'appelle ainſi la ſituation du Vaiſſeau, lors qu'elle eſt telle qu'il avance en gagnant au vent; ni laquelle ſert pour celui du vent largue, lorſque le vaiſſeau avance en fuyant ou en perdant au vent : pour démêler donc ces deux racines, ce qui demande quelque adreſſe, il eſt à propos, que j'enſeigne la maniere de les determiner chacune à ſon cas.

VIII.

Conſiderons pour cela l'équation $\frac{2aap - 3pxx}{\sqrt{aa - xx}} = 3x\sqrt{aa - pp}$, dont nous avons immediatement tiré celle de Mr. Huguens; je voi que $\sqrt{aa - pp}$ ou BP peut être affirmative ou negative, ſelon que l'angle ABF eſt aigu ou obtus, c'eſt à dire, qu'on ſuppoſe le premier ou le ſecond cas du vent; ſuppoſons donc le premier, auquel BP ou $\sqrt{aa - pp}$ eſt affirmative, comme auſſi $3x\sqrt{aa - pp}$ (car x & p ſont par hyp. affirmatives); il faut que l'autre membre de l'équation $\frac{2aap - 3pxx}{\sqrt{aa - xx}}$, ſoit pareillement affirmatif: Or $\sqrt{aa - xx}$ ou BQ étant auſſi neceſſairement affirmatif, parce qu'il eſt aiſé de

de voir, que l'angle A B O ſera toûjours moindre que l'angle A B F, & même moindre qu'un angle droit, quelqu'obtus que ſoit l'angle A B F; il faut que $2aap$ ſoit plus grand que $3pxx$, & par conſequent xx plus petit que $\frac{2}{3}aa$. Suppoſons préſentement le cas du vent largue, & nous verrons par le même raiſonnement que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3}aa$: mais ce $\frac{2}{3}aa$ eſt juſtement entre les deux racines de xx; car $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp - \frac{1}{6}\sqrt{9a^4 - 10aapp + p^4}$ eſt plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp + \frac{1}{6}\sqrt{9a^4 - 10aapp + p^4}$ eſt plus grand que $\frac{2}{3}aa$, ce qu'on trouve aiſément en en faiſant l'examen; d'où je conclus que la moindre des racines eſt utile pour le cas du vent étroit, & la plus grande pour celui du vent largue.

IX.

On reſout en même temps cette autre queſtion, où la ſituation de la voile étant donnée, on demande quelle eſt la ſituation de la quille la plus avantageuſe pour gagner au vent: dont voici la ſolution: Je mene ſur B A la perpendiculaire S T, & je fai cette analogie BF^2 (aa). BS^2 $(p\sqrt{aa - xx} - x\sqrt{aa - pp})$

 :: BP^2

$:: BP^2 (aa - pp) . BT^2 = \frac{aap - p^3 \sqrt{aa-xx} - aax + ppx \sqrt{aa-pp}}{aa}$. Mais comme BT eſt ce que le vaiſſeau gagne au vent, il faut que BT, & par conſequent le quarré de BT ſoit un *maximum*; il n'y a donc qu'à differentier ſa valeur & l'égaler à Zero, en ſuppoſant x determiné & p indeterminé; ce qui étant fait & puis diviſé par $\frac{dp}{aa}$, on aura $\overline{aa - 3pp} \sqrt{aa-xx} + 3xp \sqrt{aa-pp} = 0$, ou $\overline{3pp - aa} \sqrt{aa-xx} = 3xp \sqrt{aa-pp}$: quarrant les deux membres & enſuite faiſant la reduction à l'ordinaire, on trouvera cette égalité $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, qui a deux racines vraies, ſçavoir $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x \sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$, & $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x \sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$.

X.

Par un raiſonnement peu different de celui qu'on a employé dans l'art. 8. de ce Chapitre, on prouvera que c'eſt la racine majeure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x \sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ qui ſert au cas du vent étroit, & que la mineure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x \sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ ſert pour le vent largue. Car ſi dans l'équation

3pp

$\overline{3pp - aa}\sqrt{aa - xx} = 3xp\sqrt{aa - pp}$, on ſuppoſe affirmatif $\sqrt{aa - pp}$, qui conſtitue le premier cas, on doit conclurre que $3pp$ eſt plus grand que aa, ou pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$: Et au contraire ſi $\sqrt{aa - pp}$ eſt ſuppoſé negatif pour le ſecond cas, on a pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$. Or en effet ce $\frac{1}{3}aa$ eſt entre les deux racines de pp; puiſque $\frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ eſt plus grand que $\frac{1}{3}aa$, & $\frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ eſt plus petit que $\frac{1}{3}aa$, ce que l'on demontre aiſément par le calcul. Donc &c.

XI.

Mais enfin ſi l'une ni l'autre des deux ſituations tant de la voile que du vaiſſeau n'eſt donnée, & qu'il s'agiſſe de les determiner toutes deux, pour avoir le plus grand avantage poſſible à gagner au vent. Ceux qui entendent la nature de ce qu'on appelle *maxima* & *minima* dans la Geometrie interieure, comprendront aiſément, qu'il s'agit ici de chercher *maximum maximorum*, c'eſt à dire, que comme il y a ici pour chaque ſituation de voile donnée, une ſituation de la quille, qui entre une infinité d'autres ſitua-

ſituations donne le plus grand avantage pour gagner au vent, ainſi entre toutes ces ſituations de voile, il y en a une qui jointe à cette ſituation de la quille qui lui convient le mieux, l'emportera ſur toutes les autres ſituations de voile jointes à leurs meilleures ſituations de quille; en un mot, on cherche l'avantage des avantages. La methode qu'on a pour la recherche de ces ſortes de *maxima* conſiſte à combiner les équations, dont chacune determine ſeparément la plus grande quantité pour ſon hypotheſe particuliere : De cette maniere on extermine une des indeterminées, pour avoir une nouvelle équation, qui ne contienne qu'une ſeule indeterminée; Et la racine de cette équation en determinera la valeur; cela étant fait on recommence l'operation, & on extermine (en comparant les deux égalités) l'autre indeterminée, pour avoir auſſi une nouvelle équation, qui ne contienne que la premiere indeterminée, dont la racine determinera ſa valeur : en voici l'application à nôtre ſujet.

XII.

L'égalité de l'art. 6. de ce Chapitre $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, donne

$pp =$

$pp = \frac{9aaxx - 9x^4}{4aa - 3xx}$; ſubſtituez cette valeur de pp dans l'autre égalité de l'art. 9. $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, il en reſulte $81x^8 - 180aax^6 + 129a^4x^4 - 32a^6xx + 2a^8 = 0$, qui a quatre racines vraies, deux rationelles & deux irrationelles, ſçavoir $xx - aa = 0$, $3xx - aa = 0$, $9xx - 4aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9xx - 4aa + aa\sqrt{10} = 0$; ce qui donne quatre valeurs de xx, qui ſont $xx = aa$, $xx = \frac{1}{3}aa$, $xx = \frac{4+\sqrt{10}}{9}aa$, & $xx = \frac{4-\sqrt{10}}{9}aa$. On opere de même, pour avoir pp; car l'égalité de l'art. 9. $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, fournit $xx = \frac{9p^4 - 6aapp + a^4}{3pp + aa}$, égalité, qui ſubſtituée dans l'autre égalité de l'art. 6. $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, donne $81p^8 - 144aap^6 + 75a^4p^4 - 10a^6pp = 0$, laquelle a auſſi quatre racines vraies, deux rationelles & deux irrationelles, que voici $pp - 0 = 0$, $3pp - 2aa = 0$, $9pp - 5aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9pp - 5aa + aa\sqrt{10} = 0$, & ainſi quatre valeurs de pp, ſçavoir $pp = 0$, $pp = \frac{2}{3}aa$, $pp = \frac{5+\sqrt{10}}{9}aa$, & $pp = \frac{5-\sqrt{10}}{9}aa$. Mais il s'agit de ſçavoir ce

que

que ſignifient ces quatre differentes valeurs tant de xx que de pp; & leſquelles des valeurs doivent être priſes enſemble une de chacun, ſans quoi on n'auroit rien fait, ou plûtôt on auroit trouvé une verité, mais une verité qui deviendroit inutile par l'impoſſibilité de l'appliquer à la reſolution des cas propres.

XIII.

En premier lieu dans l'équation de l'article précedent $pp = \frac{9aaxx - 9x^4}{4aa - 3xx}$, ſubſtituez ſucceſſivement les quatre valeurs de xx; ou bien dans l'autre équation $xx = \frac{9p^4 - 6aapp + a^4}{3pp + aa}$, ſubſtituez ſucceſſivement les quatre valeurs de pp; & vous trouverez de l'une & de l'autre de ces manieres les valeurs de xx & de pp qui ſe répondent ou qui doivent être priſes enſemble, car ſubſtituant dans la premiere équation, une des valeurs de xx, par exemple, aa; on trouve $pp = o$, d'où j'infere que la valeur de $xx = aa$, & celle de $pp = o$ s'appartiennent mutuellement; ſi au contraire dans l'autre équation on avoit ſubſtitué la valeur de $pp = o$, il eſt clair qu'on auroit eû $xx = aa$; enſorte que ces mêmes valeurs de

de xx & de pp se seroient accompagnées; obſervant donc cette regle de la ſubſtitution, on trouvera

$$\text{que}\left\{\begin{array}{l} xx = aa \\ xx = \frac{1}{3}aa \\ xx = \frac{4+\sqrt{10}}{9}aa \\ xx = \frac{4-\sqrt{10}}{9}aa \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{doit}\\ \text{être}\\ \text{pris}\\ \text{avec}\end{array} \left\{\begin{array}{l} pp = 0aa \\ pp = \frac{2}{3}aa \\ pp = \frac{5+\sqrt{10}}{9}aa \\ pp = \frac{5-\sqrt{10}}{9}aa. \end{array}\right.$$

XIV.

On croiroit aiſément à voir les reſolutions précedentes, que la voile & la quille d'un Vaiſſeau peuvent être diſpoſées de quatre manieres differentes, pour que le gain ou la perte au vent fût plus conſiderable, que dans toute autre diſpoſition. Cependant il eſt clair, ce me ſemble, qu'il n'y a qu'une ſeule diſpoſition de la voile & de la quille par rapport au vent, qui ſoit abſolument la plus avantageuſe pour gagner au vent; de même qu'il n'y en a qu'une ſeule, qui faſſe perdre au vent le plus qu'il eſt poſſible. D'où il faut conclurre, que de ces quatre combinaiſons de xx avec pp, il n'y en a que deux, qui puiſſent ſervir; & que les deux autres ſont inutiles, auſſi arrive-t-il ſouvent que toutes les racines d'une équation ne ſont pas propres à réſoudre la queſtion, pluſieurs d'en-

d'entre elles étant ſouvent inutiles & ne ſervant qu'à augmenter la dimenſion de l'équation. La queſtion ſe reduit donc à choiſir les utiles ; ce que nous ferons par le moyen des remarques rapportées dans les articles 8. & 10. de ce Chapit. touchant les limites de xx & de pp, que j'ai demontré être telles, que xx doit être plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$, dans le cas du vent étroit pour gagner au vent ; & au contraire, que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$, dans le cas du vent largue pour perdre au vent ou pour le fuir.

XV.

Que ſi nous examinons à préſent, leſquelles de nos quatre combinaiſons de xx avec pp, ont enſemble les deux premieres ou les deux dernieres conditions, & leſquelles n'ont ni les unes ni les autres de ces conditions, nous diſcernerons les utiles d'avec les inutiles, & celle pour le cas du vent étroit d'avec celle pour le cas du vent largue. Or voyant que la premiere combinaiſon de $xx = aa$ avec $pp = 0aa$, ſatisfait aux deux dernieres conditions, vû que xx eſt plus grand que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$; j'infere

j'infere que cette combinaiſon eſt utile pour le cas du vent largue ; en effet, on peut être aſſûré ſans beaucoup de raiſonnement de la verité de ceci, puiſqu'il ſaute aux yeux, que pour fuir le vent le plus qu'on peut, c'eſt à dire, pour avancer le plus promtement ſuivant la direction du vent, avec un vaiſſeau dont la largeur ſoit inſenſible, ou ce qui revient au même, avec un vaiſſeau qui fend l'eau infiniment plus facilement avec la prouë qu'avec le côté ; il ſaute, dis-je, aux yeux, qu'il faut avoir le vent en pouppe & perpendiculaire à la voile, & ainſi qu'on aura $pp = 0$, & $xx = aa$; verité, à laquelle m'a conduit mon raiſonnement. Pour ce qui eſt de la troiſiéme combinaiſon de $xx = \frac{4+\sqrt{10}}{9} aa$, avec $pp = \frac{5+\sqrt{10}}{9} aa$; & de la quatriéme $xx = \frac{4-\sqrt{10}}{9} aa$, avec $pp = \frac{5-\sqrt{10}}{9} aa$, je trouve que l'une & l'autre eſt inutile, parce que ni l'une ni l'autre ne ſatisfait ni aux deux premieres ni aux deux dernieres conditions, car $\frac{4+\sqrt{10}}{9} aa$ eſt à la verité plus grand que $\frac{2}{3} aa$, mais la quantité qui lui eſt combinée $\frac{5+\sqrt{10}}{9} aa$

 n'eſt

n'eſt pas plus petite que $\frac{1}{3}aa$: Et $\frac{4-\sqrt{10}}{9}aa$ eſt plus petit que $\frac{2}{3}aa$, d'un autre côté $\frac{5-\sqrt{10}}{9}aa$ ſon combiné n'eſt pas plus grand que $\frac{1}{3}aa$; enſorte que ne rempliſſant pas les doubles conditions, ces deux dernieres combinaiſons doivent être rejettées comme inutiles.

XVI.

Il nous reſte à examiner la ſeconde égalité $xx = \frac{1}{3}aa$ combinée avec $pp = \frac{2}{3}aa$, qui merite d'autant plus d'attention, que Mr. Huguens n'en a pas oſé entreprendre la recherche à cauſe de la longueur du calcul, dans lequel il craignoit de s'engager : quoi que la methode que nous avons ſuivie la faſſe paroître à préſent ſi facile & ſi ſimple ; Nous voyons d'abord que xx étant plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$, cette combinaiſon ſatisfait à la premiere paire des conditions, & que par conſequent elle doit être utile pour le cas du vent étroit, lors qu'on veut ſçavoir la poſition de la quille & de la voile la plus avantageuſe pour gagner au vent. Ainſi nous voyons que le ſinus (p) de l'angle (Fig. VI.) FBA que fait la quille avec

avec la ligne du vent, eſt $a\sqrt{\frac{2}{3}}$, & que le ſinus (x) de l'angle OBA, que fait la voile avec la ligne du vent, eſt $a\sqrt{\frac{1}{3}}$; & que par conſequent un de ces angles eſt le complement de l'autre, ce qui eſt une proprieté trés-remarquable: Si l'on cherche par le moyen des Tables des ſinus la quantité de ces angles, on trouvera que l'angle FBA eſt de 54. degrés 44. min. & OBA de 35. degrés 16 min. au lieu que ſelon Mr. Renau le premier devroit être de 60. degrés, & l'autre de 30. degrés, deſorte qu'il fait le premier trop grand de 5. degrés 16. min & l'autre trop petit de la même quantité; ce qui eſt une difference aſſez ſenſible à mon avis, pour y avoir égard dans la pratique.

XVII.

Au reſte il ne ſera pas hors de propos de remarquer ici une choſe aſſez ſinguliere: c'eſt que l'angle FBA eſt juſtement égal à celui que doit faire la barre du gouvernail avec la quille pour obliger le Vaiſſeau à tourner le plus promtement qu'il eſt poſſible, ce qu'il eſt aiſé de verifier par l'équation même $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, dans laquelle eſt contenuë comme un cas particu-

lier la regle propre à determiner ce meilleur angle, comme Mr. Huguens l'a trés-bien obſervé. En effet ſi l'on ſubſtitue la ligne du mouvement de l'eau contre le Gouvernail à la ligne du vent; la perpendiculaire ſuivant laquelle la pointe du Vaiſſeau commence à tourner à la ligne de la quille, & enfin le Gouvernail même à la voile; On verra clairement, qu'il n'y a qu'à ſubſtituer p à la place de a dans l'équation, parce que la ligne du mouvement de l'eau fait avec la ligne du tournoyement du Vaiſſeau un angle droit. Par cette ſubſtitution l'équation ſe change en celle-ci $x^4 = \frac{4}{3}aaxx - \frac{4}{9}a^4$, qui donne $xx = \frac{2}{3}aa$, ou $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, ce que Mr. Renau a auſſi trouvé dans ſa Theorie pag. 72, quoi qu'il s'en ſoit enſuite retracté, mais à tort dans la réponſe qu'il fit à Mr. Huguens: Il eſt aiſé de voir à préſent que $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ eſt préciſement égal au ſinus de l'angle F B A que nous avons determiné ci-devant, deſorte que pour mettre un Vaiſſeau, qui n'eſt pas ſujet à la dérive, dans la ſituation la plus favorable pour gagner au vent, il faut que la quille faſſe avec la ligne du vent un angle égal à celui que la barre du Gouvernail doit faire avec

cette

cette même ligne pour faire tourner le Vaiſſeau le plus facilement qu'il eſt poſſible.

CHAPITRE VI.

De la Route & de la Dérive d'un Vaiſſeau qui a la figure d'un Loſange ou d'un Rhombe.

I.

APrez avoir ſuppoſé dans le Chapitre précedent, que la route d'un Vaiſſeau ſe faiſoit le long de la direction de la quille, ſans aucune dérive; retournons aux conſiderations qui ſervent à determiner cette derniere circonſtance, je parle de la dérive d'un Vaiſſeau : Il eſt clair par tout ce que nous avons demontré ci-deſſus, que faiſant abſtraction de l'impulſion que reçoit le corps du Vaiſſeau par le vent, ce qui peut lui cauſer quelque alteration dans ſa route, c'eſt uniquement de la figure du vaiſſeau, que dépend la determination de la Dérive; deſorte qu'il eſt impoſſible d'établir une regle univerſelle qui ſerve indiſtinctement à toute ſorte de Vaiſſeaux de quelques figures qu'ils puiſſent être, comme le pretend faire Mr. Renau

 par

par le ſeul *rapport qu'il y a de la reſiſtance que le vaiſſeau trouve à fendre l'eau avec ſon côté, à celle qu'il trouve à la fendre avec ſa pointe.* (voyez l'art. 1. du Chap. II. de ſa Theorie.) J'avoüe qu'il ſeroit extrêmement difficile de deſigner au juſte la veritable figure d'un vaiſſeau, ſur laquelle on pût fonder un calcul aſſûré, vû que dans la conſtruction des vaiſſeaux on ne s'aſſujettit pas à l'exacte deſcription d'une figure geometrique. Je ne diſconviens pas non plus, que le Rectangle que nous avons pris pour repreſenter un vaiſſeau, differe beaucoup de la figure ordinaire d'un vaiſſeau: Cependant loin que la ſuppoſition que nous venons de faire en donnant à un Vaiſſeau une figure inuſitée puiſſe nuire, on en peut au contraire retirer une utilité réelle, non ſeulement en ce que les regles que j'ai établies ſe trouveroient exactement vraies, s'il y avoit des vaiſſeaux de la figure que nous avons ſuppoſée ou que l'on s'aviſat d'en conſtruire, mais encore en ce qu'on en peut inferer la maniere de determiner par le calcul la dérive d'un Vaiſſeau quelque figure qu'on lui donne ſoit chimerique ou réelle. Mais pour tirer quelque uſage de

ge de ceci, imaginons-nous une figure plus approchante de la veritable forme d'un Vaiſſeau que la précedente, ſur laquelle nous reglerons nôtre calcul.

II.

Soit par exemple un Vaiſſeau en forme de Rhombe ou de Loſange HPMQ, dont la grande Diagonale HM repréſente la quille, DC la ligne de la voile paſſant par le centre du vaiſſeau B, où ſe croiſent les deux diagonales HM & PQ; BG la ligne de la force mouvante, laquelle eſt perpendiculaire ſur DC; BL la ligne de la route, coupant les côtés du rhombe PM & PH prolongés s'il eſt beſoin aux points S & R: L'angle MBL eſt l'angle de la dérive, qu'il s'agit de determiner par la ſituation donnée de la quille HM & de la voile DC; ou ce qui eſt tout un, l'un ou l'autre des deux angles MBC, MBL, étant donné, il s'agit de trouver celui qu'on ignore, & enfin de determiner la proportion des viteſſes pour les diverſes ſituations de la voile & de la quille: c'eſt ce que nous allons executer de la maniere ſuivante.

Fig. VIII.

III.

Je remarque d'abord qu'il y a trois

cas à conſiderer; le premier, lorſque la ligne de la route B L coupe en R le côté H P du Rhombe prolongé en avant, ou pour m'expliquer en d'autres termes, lorſque l'eau frappe le vaiſſeau par les deux côtés M P, PH, qui forment l'angle obtus M P H. Le ſecond cas eſt lorſque le point R, où s'entrecoupent ces lignes, ſe trouve en prolongeant H P & B L en arriere, ſçavoir lorſque l'eau frappe le vaiſſeau par les deux côtés MP & MQ, qui comprennent l'angle aigu PMQ: Enfin on a le troiſiéme cas lorſque le point R eſt éloigné à l'infini, B L étant parallele à H P, ce qui arrive lorſque la reſiſtance de l'eau ne ſe fait ſentir qu'au ſeul côté PM. Les deux premiers cas reviennent au même par un petit changement; le troiſiéme s'en déduit aiſément; nous nous attacherons donc au premier.

IV.

Je remarque en ſecond lieu que l'eau pouſſe les côtés P M & P H perpendiculairement, avec des forces proportionelles aux quarrés des ſinus des angles d'incidence par l'art. 1. du Chap. I. Ayant donc mené & prolongé par le point B les lignes T B F & N B E perpendiculaires

res à PM & à PH, enſorte que BF ſoit à BE, comme le quarré du ſinus de l'angle d'incidence LSM, ſous lequel eſt frappé le côté PM, eſt au quarré de l'angle d'incidence R, ſous lequel eſt frappé le côté PH; ayant enſuite achevé le parallelogramme BFOE, & tiré la diagonale BO; il eſt clair par l'art. 15. & ſuivans du Chap. I. que BO ſera la direction & la quantité de la reſiſtance moyenne, avec laquelle le vaiſſeau eſt repouſſé par l'eau; & que par conſequent OB étant prolongé vers G, on aura BG pour la ligne de la force mouvante, & ſa perpendiculaire DC pour la ſituation de la voile.

V.

Que ſi le point d'interſection R eſt en arriere de la route BL; ce qui fait le ſecond cas: Il n'y a qu'à prendre le côté QM, au lieu du côté PH, pour avoir ſon interſection V, en prolongeant en avant la ligne de la route & ce côté QM, ſur lequel ou ſur PH on tirera la perpendiculaire BN, & ſur laquelle on prendra BE, qui ſoit à BF comme le quarré du ſinus de l'angle V, au quarré du ſinus de l'angle LSM: Par la même raiſon qu'auparavant, la diagonale BO

Fig. IX.

 ſera

ſera la direction de la reſiſtance moyenne de l'eau, & par conſequent ſa prolongation B G ſera la ligne de la force mouvante, & D C perpendiculaire à B G, la ligne de la voile.

V I.

Mais ſi la route B L eſt parallele à l'un des côtés P H, cela ſera le troiſiéme cas; auquel le point R ou V eſt à l'infini, & ainſi l'angle R ou V infiniment petit; d'où il ſuit que la raiſon de B E à B F devenant auſſi infiniment petite, la diagonale B O tombera ſur B F, & B G ſur B T, deſorte que la ligne de la force mouvante doit être perpendiculaire, & partant celle de la voile parallele au côté P M, pour faire que la route B L devienne parallele à l'autre côté P H.

V I I.

Remarquez encore que ſi B L tombe ſur B P dans le premier cas, ou ſur B M dans le ſecond, les deux angles d'incidence de l'eau ſur deux côtés du rhombe deviennent égaux, & partant les deux côtés du parallelogramme B E & B F devenant auſſi égaux, B O ou ſa prolongation B G tombent auſſi dans le premier cas ſur B P, & dans le ſecond ſur B M: c'eſt à dire que dans l'un & l'autre

l'autre de ces cas B L & B G ne ſont qu'une même ligne, ce que l'on auroit aiſément pu prévoir, pour peu qu'on y eût fait d'attention, ce qui confirme la juſteſſe de ce raiſonnement.

VIII.

Nous remarquerons enfin en dernier lieu que le parallelogramme BEOF, dont les côtés BE & BF expriment les directions & les proportions des forces de l'eau ſur les côtés du vaiſſeau, eſt équiangle au Rhombe PMQH : car l'angle FBE eſt égal à l'angle M dans la Fig. VIII. ou à l'angle P dans la Fig. IX. parce que l'angle NBT, qui eſt égal à l'angle FBE, fait avec l'angle P dans la Fig. VIII. ou avec l'angle M dans la Figur. IX deux angles droits ; & que les deux P & M font auſſi deux angles droits. Cependant ce parallelogramme ne devient ſemblable au rhombe PHQM qu'en deux cas, ſçavoir lorſque la ligne de la route tombe ſur celle de la quille, ou lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire : dans le premier cas la dérive eſt nulle, parce que la voile eſt perpendiculaire à la quille : mais dans le ſecond, la dérive eſt auſſi grande qu'elle puiſſe être, parce que la voile eſt parallele à la quille.

CHA-

CHAPITRE VII.

De la Viteſſe d'un Vaiſſeau Rhomboïque.

I.

PAſſons à préſent à la maniere de determiner les differentes viteſſes d'un Vaiſſeau rhomboïque par rapport aux diverſes ſituations de ſa quille, en gardant toûjours la même ſituation de la voile, la même force & la même ligne du vent : Soit un cercle OEB*E*, que je coupe en deux ſegmens par la corde BO, dont le petit ſegment BEO contienne ſes angles E égaux à l'angle obtus du rhombe ou à l'angle BEO du parallelogramme de la Fig. VIII. Et le grand ſegment B*E*O ait les angles *E* égaux à l'angle aigu du rhombe ou à l'angle B*E*O du parallelogramme de la Fig. IX. Cela fait, je conçois que la corde BO repréſente la force moyenne de la reſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau, laquelle eſt égale à la force du vent contre la voile par l'art. 15. du Chap. I. & par conſequent auſſi invariable dans les diverſes ſituations de la quille : Ainſi toutes les cordes BE, BE &c. & leurs contiguës OE, OE &c. dans la Fig. VIII. comme auſſi toutes les cordes B*E*, B*E*

Fig. X.

&c.

&c. & leurs contiguës O*E*, O*E* &c. dans la Fig. IX. exprimeront les forces laterales de l'eau ſur les côtés du rhombe, pour toutes les ſituations poſſibles de la quille, par rapport à celle de la voile ou à celle de la force mouvante, qu'on ſuppoſe donnée. Or les forces laterales ſont en raiſon compoſée des quarrés des viteſſes & des quarrés des ſinus des angles d'incidence par l'art. 3. du Chap. I. Soit donc u la viteſſe du vaiſſeau dans une ſituation quelconque de la quille, ſoit v la viteſſe dans une autre ſituation quelconque : ſoient auſſi R & S les ſinus des angles d'incidence ſur les côtés du rhombe dans la premiere ſituation ; & r & s les ſinus de ces mêmes angles dans la ſeconde ſituation. Cela poſé, on aura pour le cas de la Fig. VIII. $BE . Be :: uuRR . vvrr$, ou $OE . Oe :: uuSS . vvss$; & pour le cas de la fig. IX. $BE . B\varepsilon :: uuRR . vvrr$; ou $OE . O\varepsilon :: uuSS . vvss$: Diviſant les termes par R R & rr, ou par SS & ss; il vient $uu . vv :: \frac{BE}{RR} . \frac{Be}{rr}$, ou :: $\frac{OE}{SS} . \frac{Oe}{ss}$ pour la Fig. VIII. Et $uu . vv :: \frac{BE}{RR} . \frac{B\varepsilon}{rr}$, ou :: $\frac{OE}{SS} . \frac{O\varepsilon}{ss}$ pour la Figur. IX: mais les cordes ſont comme les ſinus des angles oppoſés, c'eſt à dire B E . B*e* :: ſinus

ſinus de l'angle BOE . ſinus de l'angle BOe ; & ainſi $uu . vv :: \frac{\text{ſin. BOE}}{RR} . \frac{\text{ſin BO}e}{rr}$, ou $:: \frac{\text{ſin. OBE}}{SS} . \frac{\text{ſin. OB}e}{ss}$ pour la Fig. VIII. & $uu . vv :: \frac{\text{ſin. BO}E}{RR} . \frac{\text{ſin. BO}e}{rr}$, ou $:: \frac{\text{ſin. OBE}}{SS} . \frac{\text{ſin. OB}e}{ss}$, d'où l'on voit, que les viteſſes ſont en raiſon composée de la raiſon directe des ſinus des angles que fait BO ou la ligne de la force mouvante avec la perpendiculaire tirée ſur un des côtés du rhombe, & de la raiſon reciproque doublée des ſinus des angles, que fait la ligne de la route avec le même coté du rhombe.

II.

On peut auſſi conſtruire geometriquement la proportion des viteſſes, de la maniere ſuivante : Soit PX parallele à BR dans l'une & l'autre figure ; & que l'on conçoive Px parallele à Br, qui repréſente une autre ligne de route, nommant comme ci-deſſus r & s les ſinus des angles ſous leſquels ce côté eſt coupé par cette nouvelle route ; on a R . r :: Br . BR :: Br . HB + HB . BR :: Px . Hx + HX . PX :: Px × HX . PX × Hx $:: \frac{Px}{Hx} . \frac{PX}{HX}$; c'eſt pourquoi en ſubſtituant

pour

pour la raiſon de RR à *rr* ſon équivalente $\frac{Px^2}{Hx^2}$ à $\frac{PX^2}{HX^2}$, on aura $uu . vv$ ($:: \frac{BE}{RR} . \frac{Be}{rr}$) $:: \frac{BE \times PX^2}{HX^2} . \frac{Be \times Px^2}{Hx^2}$: ou ſi l'on veut, on trouvera par la même voye $uu . vv$ ($:: \frac{OE}{SS} . \frac{Oe}{ss}$) $:: \frac{OE \times PX^2}{MX^2} . \frac{Oe \times Px^2}{Mx^2}$. Il en eſt de même du cas de la Fig. IX; car il viendra $uu . vv :: \frac{B\varepsilon \times PX^2}{HX^2} . \frac{B\varepsilon \times Px^2}{Hx^2}$, ou $:: \frac{O\varepsilon \times PX^2}{MX^2} . \frac{O\varepsilon \times Px^2}{Mx^2}$.

III.

Ayant donc determiné la ligne de la force mouvante par celle de la route comme il a été enſeigné dans les articles 4, 5, & 6. du Chap. préced. la ſituation de la quille étant donnée, on fera dans la Fig. X. l'angle O B E dans le cas de la Fig. VIII. ou l'angle O B *E* dans celui de la Fig. IX. égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire ſur le côté du rhombe H P: Et la quatriéme proportionelle de HX^2, PX^2 & BE ou B*E* exprimera le quarré de la viteſſe cherchée. Ou ſi l'on aime mieux, on fera dans la même figure X l'angle BOE pour le premier cas ou BO*E* pour l'autre égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire

laire ſur le côté du rhombe P M ; car la quatriéme proportionelle de MX^2, PX^2 & O E ou O*E*, donnera auſſi le quarré de la viteſſe. Il eſt bon d'obſerver ici, qu'il n'eſt pas neceſſaire de connoître les angles O B E ou O B*E*, ni B O E ou B O*E*, pour determiner les lignes B E, O E ou B*E*, O*E* ; puiſqu'il ſuffit pour cela d'inſcrire dans les ſegmens du cercle, les triangles B E O ou B*E*O, dont les deux côtés B E, O E, ou B*E*, O*E* ſoient en raiſon du quarré de H X au quarré de M X ; ce que je prouve ainſi ; Ayant tiré M I parallele à la ligne de la route, & qui coupe le côté prolongé H P en I ; Par les articles 4. & 5. du Chap. préced. on a B E à O E ou B*E* à O*E* comme le quarré du ſinus de l'angle P R S au quarré du ſinus de l'angle P S R :: $PS^2 . PR^2 :: PM^2 . PI^2 :: PH^2 . PI^2 :: XH^2 . XM^2$, donc auſſi B E . O E ou B*E* . O*E* :: $XH^2 . XM^2$.

I V.

Pour chercher analytiquement la proportion des viteſſes, on voit, aprés avoir tiré O K perpendiculaire ſur B E ou B*E*, que l'angle E O B ou *E* O B étant le complement de l'angle O E B ou O *E* B, l'eſt auſſi de l'angle aigu du Rhombe, & que

par

par conſequent il eſt auſſi donné; ſoit donc OE.EK ou O*E*.*E*K::*m*.*n*; BO ou la reſiſtance moyenne de l'eau étant égale à la force mouvante & par conſequent invariable pour toutes les ſituations de la quille, par ce qu'on ſuppoſe donnée la ſituation de la voile par rapport au vent, je prends BO $= a$; la viteſſe $= u$; BE ou B*E* $= x$; on aura par l'analogie demontrée à la fin de l'article précedent OE ou O*E* $= \frac{x MX^2}{HX^2}$; & EK ou *E*K $= \frac{nxMX^2}{mHX^2}$; mais $BE^2 + EO^2 + 2BEK$ ou $BE^2 + EO^2 - 2BEK = BO^2$, ſubſtituant donc la valeur de chacun on trouve $xx + \frac{xxMX4}{HX4} \pm \frac{2nxxMX^2}{mHX^2} = aa$; de-là il vient x ($=$ BE ou B*E*) $=$ $\frac{aHX^2}{\sqrt{HX4 + MX4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 \times HX^2}}$: Et partant $\frac{BE \times PX^2}{HX^2}$ ou $\frac{BE \times PX^2}{HX^2}$ (que nous avons demontré proportionel à uu) deviendra $= \frac{aPX^2}{\sqrt{HX4 + MX4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 \times HX^2}}$; En le diviſant par la conſtante a, & prenant les racines nous aurons la viteſſe u, proportionelle à cette fraction $\frac{PX}{\sqrt{\sqrt{HX4 + MX4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 \times HX^2}}}$.

V.

Si la route BL eſt perpendiculaire à la quille BM, c'eſt à dire ſi celle-ci eſt parallele à la voile, alors PX ſera PB, & HX = MX; & ainſi la viteſſe ſera $\frac{PB}{BH\sqrt{\sqrt{2+\frac{2n}{m}}}}$; mais nommant BH, *b*; & PB, *c*; on trouve que $\frac{2n}{m} = \frac{2bb - 2cc}{bb + cc}$, & partant $\frac{PB}{BH\sqrt{\sqrt{2+\frac{2n}{m}}}} = \frac{c}{b\sqrt{\sqrt{2+\frac{2bb-2cc}{bb-cc}}}}$ $= \frac{c\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{b\sqrt{2b}}$.

VI.

Si la ligne de la route tombe ſur celle de la quille, c'eſt-à-dire, ſi celle-ci eſt diſpoſée perpendiculairement à la ligne de la voile; alors PX devient parallele à HM, & toutes les trois PX, HX & MX ſont cenſées égales; ainſi la viteſſe *u* ſera exprimée par $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2-\frac{2n}{m}}}}$, ou (en mettant pour $\frac{2n}{m}$ ſa valeur) par $\frac{\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{\sqrt{2c}}$.

VII.

En comparant donc ces deux expreſſions, on trouve la raiſon de la viteſſe du

du Vaisseau quand il fend l'eau avec son angle aigu à sa vitesse quand il la fend avec son angle obtus :: $\frac{\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{\sqrt{2c}} . \frac{c\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{b\sqrt{2b}}$ :: $b\sqrt{b} . c\sqrt{c}$ :: HB √ HB . PB √ PB :: HM √ HM . PQ √ PQ, c'est à dire en raison sesquipliquée des diagonales du rhombe, ou comme les racines quarrées des cubes de ces diagonales.

VIII.

Si la route est parallele à l'un des côtés PH, en sorte que l'eau ne donne que contre le seul côté PM, qui devient parallele à la ligne de la voile ; alors PX se change en PH, MX en MH, & HX en o ; d'où resulte pour la vitesse $\frac{PH}{MH} = \frac{\sqrt{bb+cc}}{2b}$, qui comparée avec celle de l'art. 5. de ce Chap. donne $\frac{\sqrt{bb+cc}}{2b} . \frac{c\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{b\sqrt{2b}}$ :: $\sqrt{\sqrt{b^4+bbcc}}$, & avec celle du 6 ; $\frac{\sqrt{bb+cc}}{2b} . \frac{\sqrt{\sqrt{bb+cc}}}{\sqrt{2c}}$ :: $\sqrt{\sqrt{bbcc+c^4}} . \sqrt{\sqrt{4b^4}}$.

IX.

Si les deux diagonales PB & HB, ou b & c, sont égales, c'est à dire, si le Vaisseau a la figure d'un Quarré, dont la quille soit l'une des deux diagonales.

 Dans

Dans ce cas $n = o$: Ainſi la fraction exprimant les viteſſes ſe change en celle-ci $\frac{PX}{\sqrt{\sqrt{HX^4 + MX^4}}}$. Et les deux viteſſes du premier & du ſecond cas, expliqués dans les art. 5. & 6. ſeront, comme il eſt viſible, égales entre elles ; chacune s'exprimant par $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}$: mais celle de l'art. préced. ſera $\frac{1}{\sqrt{2}}$ qui eſt à cette derniere comme 1 à $\sqrt{\sqrt{2}}$.

X.

Quant à ce qui concerne la proportion des viteſſes non ſeulement par rapport aux diverſes ſituations de la quille du vaiſſeau, mais encore par rapport aux diverſes ſituations de la voile ; on verra aiſément ſi on ſe donne la peine de faire attention à ce que nous avons expliqué dans l'art. 4. du Chap. III. que prenant S pour le ſinus de l'angle du vent & de la voile, la viteſſe s'exprimera par la même fraction de l'art. 4. de ce Chapitre multipliée ſeulement par S ; ainſi l'on aura $u = \frac{S \times PX}{\sqrt{\sqrt{HX^4 + MX^4 + \frac{2n}{m} MX^2 \times HX^2}}}$.

CHA-

CHAPITRE VIII.

Theoréme & remarque sur la route d'un Vaisseau Rhomboïque par rapport à la situation de la quille.

I.

AVant que de quitter les reflexions que nous venons de faire sur un Vaisseau dont la figure est un Rhombe: je ferai part au Public d'un Theoréme également simple & elegant par le moyen duquel on determine la dérive d'un vaisseau dont la position & celle de sa voile sont connuës; ou reciproquement la situation de sa quille, lorsque la route & la ligne de la voile sont données.

THEORÉME.

Soit HPMQ un rhombe quelconque; dont les diagonales HM & PQ, se croisent au centre B: Par ce point B soient décrites deux hyperboles ABC & αBδ, dont la premiere ait pour asymtotes les côtés prolongés MPI & MQY; Et l'autre pour asymtotes les deux autres côtés prolongés PHK & PMZ: D'un point quelconque D pris sur l'une des

Fig. XI.

des hyperboles par ex. ABC, ſoient tirées deux lignes droites, l'une par le ſommet de l'hyperbole B, & l'autre au point M, qui en eſt le centre; La premiere de ces lignes droites coupe les aſymtotes aux points R, S & O. Enfin ſoit tirée la ligne droite BG, qui faſſe avec BP, l'angle PBG égal à l'angle BMD. Je dis que BR étant une route & BM la ſituation de la quille, BG ſera la ligne de la force mouvante, & par conſequent ſa perpendiculaire ſera la ligne de la voile.

DEMONSTRATION.

Le ſinus de SMD eſt au ſinus de DMO :: ſinus de SMD . ſinus de MDS + ſinus de MDO . ſinus de DMO :: (prenant les cotés oppoſés aux angles) SD . MS + MO . DO :: SD × MO . MS × DO :: (par la nature de l'Hyperbole DO = SB, & SD = BO) BO × MO . MS × BS :: (parce que l'angle SMO étant coupé en deux également par la ligne MB, on a BO . BS :: MO . MS) MO × MO . MS × MS :: MO^2 . MS^2 :: PR^2 . PS^2 :: le quarré du ſinus de PSR ou MSR . quarré du ſinus de PRS, c'eſt à dire comme la reſiſtance laterale contre le côté PM, à la reſiſtance

ce

ce laterale contre le côté PH. Tirant donc BT, BN perpendiculaires ſur les côtés du rhombe, l'angle NBT, qui eſt égal à l'angle SMO, ſera diviſé par la ligne BG, comme ce dernier l'eſt par la ligne MD, par ce que par hyp. l'angle PBG = BMD. Ainſi donc le ſinus de l'angle NBG ou de ſon oppoſé (voyez la Figure VIII.) EBO, eſt au ſinus de GBT ou de ſon oppoſé FBO: c'eſt à dire, OE eſt à BE, comme la force laterale de l'eau ſur PM, eſt à la force laterale ſur PH: par conſequent BO ſera la ligne de la reſiſtance moyenne, & ſa prolongée BG, ſera celle de la force mouvante. Ce qu'il falloit demontrer. Remarquez que ſi le point D avoit été pris ſur l'autre hyperbole αBδ, la demonſtration auroit été entierement ſemblable, mais au lieu de la Fig. VIII. on auroit cité la Fig. IX.

II.

Je ne m'arrêterai pas à montrer ce qu'il faudroit faire pour réſoudre les queſtions des plus avantageuſes ſituations de la voile & de la quille, afin que le Vaiſſeau qui a la forme d'un Loſange gagne le plus au vent, ou qu'il avance le plus dans une route propoſée.

 On

On voit à peu prés ſur quoi on doit ſe regler dans cette recherche, ſi on fait attention, à ce que nous avons pratiqué dans les articles 1, 2, 3 & 4. du Chapitre IV. à l'égard d'un Vaiſſeau dont la figure eſt un parallelogramme rectangle.

III.

Si le Rhombe avoit une largeur infiniment petite par rapport à ſa longueur, en cette ſuppoſition la dérive ſeroit nulle dans toutes les ſituations de la quille, deſorte que nous retomberions de nouveau dans le cas de Mr. Huguens, que j'ai amplement examiné dans la digreſſion du Chap. V. Car ce que j'y ai demontré regarde tous les Vaiſſeaux en general de quelque figure qu'ils ſoient, pourvû qu'on les ſuppoſe toujours exemts de la dérive, quoi qu'il ſoit impoſſible, qu'il y ait un vaiſſeau, quelque facilité qu'il ait à fendre l'eau avec ſa pointe, qui ne ſoit contraint par une force oblique de ſe detourner un peu de la route qu'il tiendroit ſans cela le long de la ligne de la quille, & de ſe mouvoir ſuivant une nouvelle route, c'eſt-à-dire, qui ne ſoit ſujet à la dérive. Il ſeroit à ſouhaiter, qu'on trouvât le moyen d'éviter cet inconvenient, qui ne peut que rendre

rendre extrêmement difficile la Theorie de la manœuvre des Vaiſſeaux, & cauſer beaucoup d'embarras dans la pratique, ce qui paroît aſſez évidemment par tout ce que nous avons dit juſqu'ici: Mais puiſque l'on ne peut guéres ſe flater d'un heureux ſuccés dans une entrepriſe de cette nature, tout ce à quoi on doit s'attacher c'eſt de diminuer autant qu'il eſt poſſible l'incommodité qui reſulte de la dérive à laquelle on ne peut pas remedier entierement.

IV.

L'unique moyen ſeroit de donner aux Vaiſſeaux que l'on conſtruit une figure telle, que l'eau fit contre leur proüe le moins de reſiſtance qu'il eſt poſſible: J'ai communiqué autrefois la ſolution d'un probleme, qui a rapport à cette queſtion, c'eſt celui par lequel on demande le ſolide de la moindre reſiſtance, ou qui fend un fluide avec le plus de facilité. Peut-être reüſſiroit-on mieux dans la conſtruction des Vaiſſeaux ſi l'on ſe ſervoit des regles que l'on peut tirer de cette ſolution, quoique la figure du ſolide determinée par la ſolution que j'ai donnée de ce probleme ſe reſtreigne au ſeul mouvement direct ou

qui ſe fait le long de l'axe du ſolide, & ne determine rien à l'égard du mouvement oblique: Auſſi eſt-il impoſſible, que la figure du ſolide de la moindre reſiſtance puiſſe être la même pour toutes les obliquités du mouvement; Ce que je prétens n'eſt donc pas, qu'on s'attache ſcrupuleuſement & d'une maniere ſervile aux conditions trouvées par la ſolution du probleme: Ce ſeroit exiger l'impoſſible & peut-être même une choſe inutile; il ſuffit que l'on tire de la ſolution de ce probleme les lumieres qui peuvent être utilement employées dans la pratique, en ſe remettant pour le ſurplus à ce que l'experience a indiqué de plus convenable: Il n'y a pas de doute que ſi l'on ſuivoit cette methode, & que l'on joignit à la pratique aveugle des ouvriers les Reflexions des habiles gens, on ne parvint enfin au plus haut degré de perfection où les arts peuvent être portés. Mais revenons à nôtre ſujet.

Chapitre IX.

Du mouvement des Figures Curvilignes dans une matiere fluide. De la determination

tant

tant de la Resistance moyenne que de sa direction. Et de la Vitesse.

I.

APrés avoir examiné le mouvement d'un Vaisseau dont la figure seroit un Parallelogramme rectangle, & un Rhombe, supposons-en une qui approche davantage de celle que doit avoir veritablement un Vaisseau: On voit d'abord, que ce ne peut pas être une figure rectiligne; Soit donc une curviligne telle qu'est la figure qui resulte de la combinaison de deux segmens des cercles égaux sur une corde commune, laquelle représente assez exactement la veritable figure d'un Vaisseau; elle nous servira de modele pour les autres.

II.

Pour determiner la dérive que souffre un tel Vaisseau, il faut avant toute chose montrer ici une maniere generale de trouver la tendance ou direction, & la quantité de la force moyenne de l'eau, qui d'un mouvement parallele vient frapper une surface convexe, ou qui resiste (car c'est la même chose) à cette surface, quand elle est mûe parallelement dans une eau calme. Ce sera de

cette

cette determination que dependra auſſi celle de la route des Vaiſſeaux qui ſont terminés par des ſurfaces convexes.

III.

Fig. XII.

Soit ACF la ſection horizontale d'une telle ſurface, qui ſe meut dans l'eau ſuivant la direction AM; ainſi l'eau fait ſon impulſion continuelle ſur chaque point C, ſuivant NC directement oppoſée, & par conſequent parallele à AM. Soit AG perpendiculaire à AM, l'axe de la courbe ACF; AB l'abſciſſe $= x$; BC l'ordonnée $= y$; Bb differentielle de l'abſciſſe $= dx$; ec differentielle de l'ordonnée $= dy$; Cc differentielle de la courbe $= dt$. Puiſque la reſiſtance ſe fait ſentir dans chaque point C ſuivant CD perpendiculaire à la courbe, & qu'elle eſt (par l'art. 2. du Chap. I.) comme Cc multiplié par le quarré du ſinus de l'angle d'incidence cCN ou Cce, c'eſt à dire comme $dt \times \frac{dx^2}{dt^2} = \frac{dx^2}{dt}$; il eſt manifeſte, que ſi nous decompoſons cette force, dont la direction eſt CD, en deux laterales, dont les directions ſoient CB & CO, l'une perpendiculaire & l'autre parallele à l'axe AG, il faut faire CD. CB (:: Cc. Ce :: dt. dx) :: $\frac{dx^2}{dt}$. $\frac{dx^3}{dt^2} =$

à la

à la force laterale de la resistance suivant CB: Et CD. CO (:: Cc . ce :: dt . dy) :: $\frac{dx^2}{dt}$. $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$ = à la force laterale de la resistance suivant CO; prenant donc l'integrale de $\frac{dx^3}{dt^2}$ & de $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$, & supposant ensuite AB ou x = AG, on aura les deux forces laterales totales, avec lesquelles la surface ACF est repoussée partie suivant la perpendiculaire, partie suivant la parallele à l'axe; c'est pourquoi si sur les lignes prolongées FG & AG, Vous faites GH à GI en raison de $\int\frac{dx^3}{dt^2}$ à $\int\frac{dx^2 dy}{dt^2}$, & que Vous acheviez le rectangle HGIL; la diagonale GL marquera la determination & la quantité de la resistance moyenne, & par consequent aussi celle de la force mouvante: Je veux dire, que pour faire mouvoir d'un mouvement parallele & uniforme, le plan terminé par la courbe ACF dans une eau sans mouvement, il faut le tirer ou le pousser avec une force, dont la tendance soit parallele à LG, & qui lui soit proportionnée: Car pour lors cette force mouvante sera directement opposée (comme elle le doit être) à la resistance moyenne du fluide. En voici l'application.

IV. Con-

IV.

Fig. XIII.

Concevons que la courbe ACF soit un arc de cercle; dont le centre soit S: Que cet arc soit continué, s'il est besoin de part & d'autre, pour avoir le quart de cercle EACK terminé par les rayons SE & SK, l'un perpendiculaire & l'autre parallele à la ligne du mouvement ou de la route AM; soient aussi prolongées les lignes CB & FG en V & T: Cela fait, soit SE ou SK $=a$, AR $=b$, AG ou RT $=c$, SR $=\sqrt{aa-bb}=h$, AB $=x$, BC $=y$; on aura par la nature du cercle $yy+2by=-xx+2hx$; partant $y=-b+\sqrt{bb-xx+2hx}$; & $dy=\frac{h-x}{\sqrt{bb-xx+2hx}}dx$: Mais pour tirer commodement les integrales de $\frac{dx^3}{dt^2}$ & de $\frac{dx^2dy}{dt^2}$, observons que $dx.dt$ (:: Ce. Cc) :: CV. SC ou SE :: $y+b.a$ :: $\sqrt{bb-xx+2hx}.a$; ce qui donne $\frac{dx^3}{dt^2}=\frac{bb-xx+2hx}{aa}dx$, & $\frac{dx^2dy}{dt^2}=\frac{bb-xx+2hx}{aa}dy=\frac{\overline{h-x}\sqrt{bb-xx+2hx}}{aa}dx$: Or l'un & l'autre est heureusement integrable, car $\int\frac{bb-xx+2hx}{aa}dx=\frac{bbx-\frac{1}{3}x^3+hxx}{aa}$; & $\int\frac{\overline{h-x}\sqrt{bb-xx+2hx}}{aa}dx=\frac{\overline{bb-xx+2hx}^{\frac{3}{2}}}{3aa}$

$=bb$

$= \frac{\overline{bb - xx + 2hx}\sqrt{\overline{bb - xx + 2hx}}}{3aa}$: Mais puiſque cette derniere quantité ne ſe reduit pas à Zero (comme cela devroit être) par la ſuppoſition de $x = 0$, car il en vient $\frac{b3}{3aa}$; il faut ôter ce $\frac{b3}{3aa}$ de l'integrale trouvée ſelon la maxime de cette methode, pour avoir ici la veritable integrale de $\frac{\overline{b - x}\sqrt{\overline{bb - xx + 2hx}}}{aa} dx$, qui ſera $= \frac{\overline{bb - xx + 2hx}\sqrt{\overline{bb - xx + 2hx}} - b3}{3aa}$, laquelle exprime avec la premiere $\frac{bbx - \frac{1}{3}x3 + hxx}{aa}$ la proportion des forces laterales totales de la reſiſtance de l'eau contre l'arc AC; & mettant c ou AG pour x ou AB, on aura la proportion de ces forces laterales totales pour l'arc entier ACF, ſçavoir GH . GI $\left(:: \int \frac{dx3}{dt2} . \int \frac{dx2dy}{dt2}\right)$ $:: \frac{bbc - \frac{1}{3}c3 + hcc}{aa} . \frac{\overline{bb - cc + 2hc}\sqrt{\overline{bb - cc + 2hc}} - b3}{3aa}$ $:: 3bbc - c^3 + 3hcc . \overline{bb - cc + 2hc}\sqrt{\overline{bb - cc + 2hc}} - b^3 :: 3AR^2 + 3FT^2 + TR^2 \times TR . 2FT^3 - 2AR^3$.

V.

Si l'arc ACF prend ſon commencement A au point E, où l'eau ne fait que friſer le cercle quand il ſe meut ſuivant AM;

AM; on aura $b = 0$, & $h = a$: Et l'analogie generale GH . GI :: $3bbc - c^3 + 3hcc \,.\, \overline{bb - cc + 2hc}\sqrt{bb - cc + 2hc} - b^3$ se changera en celle-ci GH.GI:: $3ac - cc \,.\, \overline{2a - c}\sqrt{2ac - cc}$ :: $3FT^2 + TE^2 \times TE \,.\, 2FT^3$.

VI.

Si outre cela on suppose $c = a$, ce qui fait que l'arc ACF devient le quart de cercle ECK; on aura GH.GI :: $2aa \,.\, aa$ :: 2 . 1, c'est à dire que le sinus de l'angle HGL, que fait la ligne de la force mouvante avec la ligne de la route, est la moitié du sinus de son complement. On trouve par le moyen des tables des sinus que cet angle HGL doit être à peu prés de 26. degr. 34. min.

VII.

Remarquez que comme CV est le sinus de l'arc EC ou de l'angle ESC, qui est égal à l'angle d'incidence C*ce*; de même AR & FT sont les sinus des angles d'incidence, sous lesquels l'eau frappe les deux extremités A & F de l'arc AF, ou ce qui est la même chose, ce sont les sinus des angles, que fait la ligne de la route avec les deux tangentes aux deux extremités de l'arc AF: Et

TR est

TR eſt la difference des ſinus des complemens de ces mêmes angles.

VIII.

On peut donc enoncer en forme de theoréme la raiſon des deux reſiſtances laterales, diſant que *la reſiſtance que l'arc donné ACF ſouffre ſuivant la direction parallele à ſa route, eſt à la reſiſtance qui eſt imprimée au même arc dans la direction perpendiculaire à ſa route; Comme le ſolide fait par la difference ou par la ſomme des ſinus des complemens des deux angles d'incidence aux deux extremités de l'arc & la ſomme du quarré de cette même difference jointe au triple des quarrés des ſinus de ces angles d'incidence, eſt au double de la difference des cubes de ces mêmes ſinus.* Deſorte que la ligne de la route étant donnée, il ne ſera pas difficile par le moyen des tables des ſinus de determiner la ligne de la force mouvante. Car les deux côtés du rectangle HI proportionnés ſuivant le theoréme, determineront la ſituation de la diagonale LG, dont la prolongation donne la ligne de la force mouvante.

IX.

Pour ce qui eſt de la raiſon des viteſſes, avec leſquelles l'arc ACF peut être

mû en diverſes routes par une même force mouvante : On la determine auſſi par le moyen des rectangles HI ; Car ſoit *u* la viteſſe pour une route, & *v* la viteſſe pour une autre route. Soient auſſi GH & GI les deux côtés du rectangle pour la premiere, & G*h* & G*i* les deux côtés pour l'autre route : Il eſt clair par l'art. 3. du Chap. I. que les reſiſtances laterales pour la premiere route s'exprimeront par $uu \times GH$ & $uu \times GI$, & par conſequent la reſiſtance moyenne par $uu \times GL$, & qu'ainſi la reſiſtance moyenne pour la ſeconde route s'exprimera auſſi par $vv \times Gl$. Or puiſque la force mouvante eſt ſuppoſée la même, il faut que les reſiſtances moyennes dans les deux cas ſoient égales, c'eſt-à-dire $uu \times GL = vv \times Gl$, partant $uu . vv :: Gl . GL :: \frac{1}{GL} . \frac{1}{Gl}$. D'où l'on voit, que le quarré de la viteſſe eſt en raiſon reciproque de GL determinée par le theoréme précedent.

X.

Aprés ce que je viens de demontrer touchant la reſiſtance moyenne imprimée ſur un arc de cercle mû dans l'eau d'un mouvement parallele ; il ne ſera pas difficile d'en faire l'application à des figures

figures terminées par plusieurs arcs circulaires, dont quelques-uns exposés au fil de l'eau reçoivent toute sa resistance; pendant que les autres à l'abri des premiers n'en ressentent aucune : Car comme dans les figures rectilignes, les resistances imprimées sur les côtés donnent par leur composition la resistance moyenne & sa direction, de même les resistances contre les arcs circulaires determinées chacune separément, donnent la resistance moyenne & sa direction ou la position de la ligne de la force mouvante.

CHAPITRE X.

Application de ce qui a été expliqué dans le Chap. préced. à un Vaisseau qui a la figure de deux segmens circulaires sur une corde commune.

I.

Retournons maintenant à l'exemple proposé dans l'article premier du Chapitre précedent, où HPMQ est la figure d'un vaisseau, composée de deux segmens égaux HPM & HQM pris d'un même cercle, sur une corde commune HM, qui représente la quille du vaisseau: Fig. XIV.

ſeau : PQ eſt la ligne de la plus grande largeur paſſant par le centre du vaiſſeau B, & diviſant également à angles droits la ligne HM : BL eſt la ligne de la route ; BG la ligne de la force mouvante, & ſa perpendiculaire DC celle de la voile.

II.

Il eſt queſtion de determiner les poſitions mutuelles des lignes de la route BL, & de la force mouvante BG. Il y a deux cas principaux dont on doit conſiderer chacun ſeparément : car l'angle LBM eſt ou plus grand, ou plus petit que l'angle mixtiligne PHB, qui eſt la moitié de l'angle de la pointe du vaiſſeau : il eſt vrai qu'il y a un troiſiéme cas, auquel l'angle LBM eſt égal à l'angle PHB ou à PMB ; mais celui-ci n'eſt qu'un corollaire du premier, dont voici la ſolution.

III.

Soit S le centre de l'arc MPH, par lequel ſoit tiré la ligne EST perpendiculaire ſur la ligne de la route LB, qu'elle rencontre en N, & ſes paralleles FHR, KMT en R & T ; comme auſſi l'arc continué MPH au point E : ſuppoſé préſentement que l'angle LBM eſt donné,

né, l'angle FHB qui lui eſt égal & ſon complement à deux droits KMB ſeront auſſi donnés, mais les angles invariables PHB & PMB le ſont auſſi; ôtant donc ce dernier de ceux-là, il reſtera les angles FHP & KMP, qui ſont les angles d'incidence de l'eau ſur les deux extremités H & M de l'arc HPM, leſquels ſeront pareillement donnés, & partant auſſi leurs ſinus HR & MT; de même que TR difference des ſinus de leurs complemens. C'eſt pourquoi prenez ſur NT la partie NO, qui ſoit à BN comme $2MT^3 - 2HR^3$ à $TR \times TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2$; & menez par B la ligne OBG, qui ſera par l'art. 4. ou par le Theoréme de l'art. 8. du Chapit. précedent la ligne de la force mouvante.

IV.

Mais ſi l'on ſuppoſe l'angle GBM donné, & qu'il s'agiſſe de trouver l'angle LBM; il faudra faire le calcul, en mettant une lettre pour le ſinus de l'angle inconnu LBM, & la traitant enſuite comme connuë, pour arriver à la ſituation de la ligne BO, c'eſt-à-dire, à la determination de l'angle HBO, qui doit être égal à l'angle donné GBM, d'où il reſultera une équation pour la determi-

 nation

nation de l'angle de la dérive LBM, mais ce calcul eſt trop prolixe, & l'équation trop compoſée pour être de quelque uſage dans la pratique.

V.

Deſorte qu'il vaut mieux faire des tables, en ſuppoſant l'angle LBM donné, & d'abord le plus grand qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire de 90. degrés ; & puis en le diminuant de degré en degré, de deux en deux, ou de trois en trois &c. ſelon qu'on ſouhaitera de le connoître plus ou moins exactement, juſqu'à ce que l'angle LBM devienne égal à l'angle PHM, ou que la ligne BL devienne parallele à la tangente de l'arc HPM au point H : De cette maniere on trouvera pour chaque angle LBM, celui de GBM qui lui répond, & ſon complement MBC que fait la voile avec la quille, que l'on écrira dans les tables à côté du nombre des degrés de l'angle LBM ; Ces tables ſerviront enſuite à determiner indifferemment la ligne de la route par celle de la force mouvante ou par celle de la voile, & reciproquement la ligne de la voile par les précedentes, & cela par la ſimple inſpection des tables ſans aucun autre calcul, à

moins

moins que le nombre desiré ne tombe entre deux termes, auquel cas il faut établir une regle de proportion pour une plus grande précision, conformement à ce qu'on observe ordinairement dans l'usage de ces sortes de tables.

VI.

Un exemple facilitera l'intelligence de ce que nous venons de dire touchant la construction de cette table. Je donne 30. degrés à l'angle de la pointe du Vaisseau PMQ ou PHQ, & par consequent 15. degrés à l'angle PMB ou PHB, ce qui fait que l'arc HPM ou HQM est aussi de 30. degrés & partant la douziéme partie de toute la circonference. Je suppose par exemple que l'angle LBM est de 20. degrés; l'angle d'incidence FHP sera donc de 5. degrés & l'angle TMP de 35. degrés. Ainsi en faisant SP ou le sinus total = 100000, on aura

le ſinus de 5. degr. ou H R - - = 8715
ſon quarré - - - - - - = 75951225
ſon cube - - - - = 661914925875
le ſinus du compl. ou S R - - = 99619
le ſinus de 35. degr. ou M T - = 57357
ſon quarré - - - - - = 3289825449
ſon cube - - = 188694518278293
le ſinus du compl. ou S T - - = 81915
S R — S T ou T R - - - - - = 17704
ſon quarré - - - - - - = 313431616

Cela donne $TR \times TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2 = 17704 \times 10410761638 = 184312124039152$; & $2MT^3 - 2HR^3 = 376065206704836$: on a donc B N. N O :: 184312124039152 . 376065206704836 :: (diviſant chaque terme par 4) 46078031009788 . 94016301676209; Or B N eſt à N O comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle N B O; & ainſi faiſant 46078031009788 . 94016301676209 :: 100000 . 204037, ce quatriéme terme ſera la tangente de l'angle N B O ou de G B L, lequel ſera par conſequent de 63. degrés 53. min. L'angle G B M ſera donc de 83. degrés 53. min. & ſon complement M B C que fait la ligne de la voile avec la quille ſera de 6. degr. 7. min. Ainſi dans la table des nombres des de-

grés

grés qui marquent l'angle MBL ou la quantité de la dérive, on écrira à côté du 20e degré ce qu'on a trouvé pour l'angle GBM, sçavoir 83. degr. 53. min. & pour l'angle MBC de la voile & de la quille, 6. degrés 7. minutes.

VII.

On fera la même operation pour toutes les autres suppositions de l'angle LBM depuis le 90me degré jusqu'au 15me degré, auquel cas la ligne de la route BL devient parallele à la tangente de l'arc de cercle HPM au point H: ce qui facilite beaucoup le calcul, parce que l'angle d'incidence FHP se changeant en angle d'attouchement fait evanouir son sinus HR, & que l'autre angle d'incidence PMT est de 30. degrés dont le sinus est la moitié du sinus total, tel est donc le calcul de ce cas particulier:

SP ou le sinus total - - = 100000
Le sinus de o. degr. ou HR - - - = 0
son quarré = 0, son cube = 0
Le sinus de son compl. ou SR = 100000
Le sinus de 30. degr. ou MT - = 50000
son quarré - - - - = 2500000000
son cube - - - = 125000000000000
Le sinus de son compl. ou ST = 86602
SR — ST, ou TR - - - - = 13398
son quarré - - - - - = 179506404

 Ce

Ce qui donne $TR \times TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2 = 13398 \times 7679506404 = 102890026800792$, $2MT^3 - 2HR^3 = 25000000000000000$; il faut donc faire comme ci-dessus 102890026800792. 25000000000000000, ou (divisant chaque terme par 8) 12861253350099. 3125000000000000 :: 100000.242978 = à la tangente de l'angle NBO ou GBL, que l'on trouve de 67. degr. 38. min. à quoi si on ajoûte 15. degr. on a l'angle GBM de 82. degr. 38. min. & son complement, l'angle MBC de 7. degr. 22. min.

VIII.

Enfin si l'on suppose l'angle LBM plus petit que l'angle PHB, ce qui fait le second cas, que nous devons résoudre : Outre les lignes que l'on a tirées dans la Fig. préced. & que l'on suppose aussi dans celle-ci, concevons deux paralleles à la ligne de la route, EX & ZV, qui touchent les deux côtés du Vaisseau, l'une en E & l'autre en Z. Soit de plus AS une ligne droite qui joint les deux centres A & S des deux arcs HQM & MPH, & soit tirée AZ, qui sera parallele à SE. On voit qu'au lieu que dans le cas précedent tout le côté HPM étoit exposé à la resistance de l'eau, pendant que

Fig. XV.

que tout le côté opposé H Q M qu'il mettoit à couvert, n'en recevoit aucune impreſſion; dans ce cas au contraire la partie H E du côté anterieur H P M compriſe entre l'extremité H du Vaiſſeau & le point d'attouchement E demeurant à couvert ne reçoit aucune impreſſion, pendant qu'une partie ſemblable & égale M Z du côté opposé H Q M compriſe entre l'extremité M du Vaiſſeau & le point d'attouchement Z, ſe découvrant donne priſe à l'action de l'eau. Il eſt viſible que ces parties H E & M Z augmentent à meſure que l'angle de la dérive L B M diminuë, juſqu'à ce que cet angle s'évanouiſſant entierement, & les points E & Z ſe confondant avec P & Q, les parties expoſées à la reſiſtance, & celles qui demeurent cachées ſe partagent également, par une ligne perpendiculaire à la quille du Vaiſſeau, les unes faiſant la moitié du vaiſſeau qui forme la prouë P M Q, & les autres la moitié oppoſée du Vaiſſeau P H Q à qui l'on a donné le nom de pouppe; ce qui arrive lorſque le Vaiſſeau avance directement de pointe.

IX.

Pour determiner donc la ligne de la

force

force mouvante BG, celle de la route BL étant donnée, il s'agit de trouver la raiſon de BN à NO, c'eſt-à-dire, celle qui eſt entre les forces laterales totales de la reſiſtance, dont l'une eſt parallele & l'autre perpendiculaire à la route; mais je remarque, que celle qui eſt parallele eſt égale à la ſomme de deux autres paralleles totales, & que celle qui eſt perpendiculaire eſt égale à la difference de deux autres perpendiculaires, qui proviennent de la reſiſtance de l'eau contre les deux arcs MPE & MZ. Or la raiſon pour laquelle il faut prendre la ſomme des unes, & la difference des autres, conſiſte en ce que les deux forces laterales paralleles de l'un & de l'autre de ces arcs ont une même tendance ſuivant BN, & s'aidant ainſi mutuellement elles doivent être priſes enſemble; mais les deux forces laterales perpendiculaires ont des tendances oppoſées, l'une qui vient de l'arc ME laquelle tend à agir ſuivant ES, & l'autre qui vient de l'arc MC ſuivant ZA; ſçavoir dans un ſens oppoſé à la précedente: De-là vient qu'il faut prendre la difference ou l'excés des forces perpendiculaires totales, dont celle qui provient de l'arc EM ſurpaſſe l'autre qui vient de l'arc MZ.

Ainſi

Ainsi BN doit être à NO comme la somme des deux forces paralleles, à la difference des deux perpendiculaires.

X.

Il s'agit donc de determiner ces forces-là. Or je vois que les deux arcs MPE & MZ sont dans le cas de l'art. 5. du Chapit. IX. chacun de ces arcs étant frisé par le cours de l'eau, l'un au point E, & l'autre au point Z; Et MT est le sinus de l'arc EPM, ou de l'angle d'incidence EMT sur l'extremité de cet arc; de même que Mt ($=$ HR) est le sinus de l'arc MZ ($=$ HE) ou de l'angle d'incidence ZMt sur l'extremité de cet arc. Telle est la raison pour laquelle $TE \times TE^2 + 3MT^2$, & $tZ \times tZ^2 + 3Mt^2$, ou $RE \times RE^2 + 3HR^2$ expriment les deux resistances paralleles, qui viennent des arcs ME & MZ: Et $2MT^3$ & $2Mt^3$ ou $2HR^3$ expriment les deux resistances perpendiculaires, qui viennent de ces mêmes arcs.

XI.

Soit donc fait en consequence de nôtre raisonnement $BN . NO :: TE \times TE^2 + 3MT^2 + RE \times RE^2 + 3HR^2 . 2MT^3 - 2HR^3$: Et soit tirée la ligne OB; OB sera la ligne de la resistance moyenne, & sa

ſa prolongation BG, marquera la ligne de la force mouvante.

XII.

Un exemple de ce ſecond cas fera voir l'application de la regle : Je ſuppoſe le même Vaiſſeau dont l'angle de la pointe PMQ eſt de 30. degrés. Mais ſoit l'angle de la dérive LBM (FHB = TMB) plus petit que PHB : Donnons lui par exemple 10. degrés, d'où il ſuit que l'angle d'incidence TME ou l'arc EM qui en eſt la meſure, aura 25. degr. Et l'arc MZ ou AE, 5. degr.

Le ſinus total - - - - - - - = 100000
Le ſinus de 5. degr. ou HR - - = 8715
ſon quarré - - - - - - - = 75951225
ſon cube - - - - - = 661914925875
Le ſinus verſus RE - - - - - = 381
ſon quarré - - - - - - - - = 145161
Le ſinus de 25. degr. ou MT = 42261
ſon quarré - - - - - = 1785992121
ſon cube - - - = 75477813025581
Le ſinus verſus TE - - - - - = 9370
ſon quarré - - - - - - - = 87796900

Ceci connû on aura $TE \times TE^2 + 3MT^2 + RE \times RE^2 + 3HR^2 = 9370 \times 5445773263 \; (51026895474310) + 381 \times 227998836 \; (86867556516) =$

5111-

5111376303O826 ; $2MT^3 - 2HR^3 =$ 14963179619941 2. Que si l'on fait l'analogie 5111376303O826 . 14963179619941 2 (:: BN . NO) :: 100000 . 292743 , ce quatriéme nombre sera la tangente de l'angle NBO ou GBL, qui aura par consequent 71. degrés 8. min. lequel étant augmenté de 10. degr. donne l'angle GBM de 81. degrés 8. minutes, dont le complement MBC, qui est l'angle que fait la ligne de la quille avec celle de la voile, est de 8. degrés 52. minutes.

CHAPITRE XI.

Avis touchant la construction des tables pour la determination de la route, de la situation de la quille, & de la vitesse du Vaisseau en forme de segmens combinés. Méprise de feu Mr. Huguens.

I.

ON voit assez par tout ce que je viens d'expliquer, la maniere dont on peut construire des tables propres à determiner les situations de la voile & de la quille, quand la quantité de la dérive est donnée, & par lesquelles on trouveroit reciproquement la route & l'angle

l'angle de la dérive, la ſituation de la quille & de la voile étant donnée. Ces tables deviendroient encore d'une plus grande utilité, ſi à ce que nous venons de dire on ajoûtoit la ſupputation des viteſſes, qui répondent à chaque quantité de dérive, & dont les quarrés (par l'art. 9. du Chap. IX.) ſont reciproquement proportionels à la diagonale du rectangle, dont les côtés expriment les forces laterales de la reſiſtance, c'eſt à dire que uu eſt ici $= \frac{1}{A}$ pour le premier cas, & $= \frac{1}{B}$ pour le ſecond cas; je ſuppoſe $A = \sqrt{\overline{TR \times \overline{TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2}}|^2 + \overline{2MT^3 - 2HR^3}|^2}$, & $B = \sqrt{\overline{TE \times \overline{TE^2 + 3MT^2} + RE \times \overline{RE^2 + 3HR^2}}|^2 + \overline{2MT^3 - 2HR^3}|^2}$. Je ſçai que ce calcul deviendroit penible, mais un habile calculateur trouvera par ſon induſtrie des moyens d'en abreger la prolixité.

II.

La commodité qu'on retireroit de ces tables récompenſeroit largement de toute la peine qu'on auroit euë à les compoſer: Car on ſeroit en état non ſeulement de diriger le Vaiſſeau pour faire le plus avantageuſement la route qu'on

qu'on ſe propoſoit, mais auſſi de réſoudre ſur le champ les plus importantes queſtions, qu'on fait ſur cette matiere, comme par ex. la maniere de gagner le plus au vent; de trouver les plus avantageuſes ſituations de la quille ou de la voile, l'une ou l'autre étant donnée, pour fuir le vent &c. On pourroit conter d'autant plus ſûrement ſur ces tables, que le Vaiſſeau auroit une figure plus approchante de celle, qui eſt compoſée de deux ſegmens circulaires, telle que nous l'avons ſuppoſé ici. On verroit combien s'éloigne de la verité la regle que Mr. le Chevalier Renau établit pour determiner la dérive (ſur laquelle eſt bâtie toute ſa Theorie) lorsqu'il prétend, que la tangente de l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille; & la tangente de l'angle de la dérive, obſervent conſtamment une raiſon donnée, (ſans avoir égard à la figure du Vaiſſeau) & égale à celle, qui eſt entre la reſiſtance, que le Vaiſſeau trouve à fendre l'eau avec ſon côté, & la reſiſtance qu'il trouve à la fendre avec ſa pointe.

III.

Quand nous n'aurions d'autres preu-

 ves,

ves, que celles que l'on peut tirer des trois exemples que nous avons calculés, toûjours y en auroit-il aſſez, pour demontrer que la regle de Mr. Renau ne pourroit pas ſubſiſter: En effet le premier donne l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille de 83. degr. 53. min. dont la tangente eſt = 933154, l'angle de la dérive de 20. degr. dont la tangente - - - - - - - = 36397. Le ſecond exemple donne pour l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille, 82. degr. 38. min. dont la tangente - - - - - - - = 773480, l'angle de la dérive 15. degr. dont la tangente - - - - - - = 26794. Le troiſiéme exemple donne pour l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille 81. degr. 8. min. dont la tangente - - - - - - = 641026, l'angle de la dérive 10. degr. dont la tangente - - - - - - = 17632.

IV.

Mais il s'en faut beaucoup, que ces trois raiſons ne ſoient égales entre elles, puiſque la premiere étant à peu prés comme 26 à 1, la ſeconde comme 29 à 1, & la troiſiéme comme 36 à 1, pas une de ces trois raiſons n'eſt comme la

reſiſtan-

resistance que le Vaisseau trouve à fendre l'eau avec le côté à la resistance qu'il rencontre en la fendant avec sa pointe ; ce qui se verifiera encore si l'on prend la peine de chercher la raison de ces deux resistances par le moyen de nos deux analogies $BN . NO :: TR \times TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2 . 2MT^3 - 2HR^3$, $BN . NO :: TE \times TE^2 + 3MT^2 + RE \times RE^2 + 3HR^2 . 2MT^3 - 2HR^3$: Dans la premiere desquelles si l'on suppose l'angle de la dérive de 90. degrés, & dans la seconde si l'on suppose l'angle de la dérive de 0. degré ; il est manifeste, que les deux premiers termes $TR \times TR^2 +$ &c. & $TE \times TE^2 +$ &c. qui expriment les resistances laterales paralleles, exprimeront dans ces suppositions les resistances moyennes elles-mêmes, puisque celles-ci ont leur direction parallele à la ligne de la route, & que les laterales perpendiculaires sont nulles dans ce cas.

V.

Observons donc quelle proportion regne entre $TR \times TR^2 +$ &c. & $TE \times TE^2 +$ &c. dans les mêmes suppositions ; or on voit que LBM (v. la Fig. XIV.) étant de 90. degr. TR deviendra

 $= MH$,

$=$ MH, & MT, HR deviendront chacune $=$ BS; & partant $TR \times TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2$ se changera en $MH \times MH^2 + 6BS^2$; on voit aussi que LBM (v. la Fig. XV.) étant de o. degré: TE & RE degenerent en BP; MT en MB, & HR en $HB = MB$; ce qui fait $TE \times TE^2 + 3MT^2 + RE \times RE^2 + 3HR^2 = 2BP \times BP^2 + 3MB^2$; ainsi en comparant $MH \times MH^2 + 6BS^2$, ou (à cause que $MH = 2MB$) $2MB \times 4MB^2 + 6BS^2$ avec $2BP \times BP^2 + 3MB^2$, ou (à cause que $4MB^2 + 4BS^2 = 4SP^2$, & $BP^2 + MB^2 = PM^2 = 2SPB$) comparant $MB \times 2SP^2 + BS^2$ avec $BP \times SPB + MB^2$; nous aurons la proportion entre les deux resistances contre le côté & la pointe; je mets donc SP ou le sinus total - - - - - - - - $=$ 100000

MB sinus de l'arc MP de 15. degrés - - - - - - - - - $=$ 25881

SB sinus du complement $=$ 96593

BP sinus versus du même $=$ 3407

Ce qui donne $MB \times 2SP^2 + BS^2 . BP \times SPB + MB^2$ :: 126520739061903 . 573839631178; mais le premier de ces nombres contient l'autre plus de 220 fois: La resistance que le Vaisseau souffre en fendant l'eau avec le côté, sera donc

donc plus de 220. fois plus grande que celle qu'il rencontre en la fendant avec la pointe ; en sorte que la raison de ces deux resistances est encore plus de six fois plus grande que la raison de 36 à 1, qui est pourtant la plus grande raison de nos trois exemples entre la tangente de l'angle de la ligne de la force mouvante & de la ligne de la quille, & la tangente de l'angle de la dérive. Ce qui fait voir que la regle de Mr. Renau pour determiner la dérive, quelque vraisemblance qu'elle ait, n'est pas à beaucoup prés approchante d'une justesse passable; & que pour la bien determiner il faut necessairement recourir à la consideration de la figure du vaisseau, dont la diversité peut causer une si grande difference dans le rapport de la situation de la route, & de la ligne de la force mouvante, qu'il peut arriver, comme je l'ai prouvé ci-dessus pour la figure d'un parallelogramme rectangle, que la ligne de la route fasse avec la quille un plus grand angle, que ne fait la quille elle-même avec la ligne de la force mouvante, quoique cela semble hors de toute apparence.

VI.

Il paroit que Mr. Huguens refutant une des méprises de Mr. Renau, touchant la determination de la vitesse, n'a pas remarqué la seconde méprise, où est encore tombé Mr. Renau au sujet de la dérive, quoique d'une plus grande consequence : On voit même clairement, qu'il lui a passé cette erreur comme une chose veritable, dont il convient, en voici trois preuves : 1°. Dans sa remarque sur le livre de Mr. le Chev. Renau inserée dans la Bibliotheque universelle du mois de Septemb. de l'Année 1693, au 4. paragraphe, il ne fait consister toute la méprise de Mr. Renau que *dans ce qu'il veut, que le Vaisseau soit parvenu de B en L dans le même temps* (v. sa Figure) *qu'il seroit parvenu de B en G*; écrivant ces mots *dans le même temps* en d'autres lettres, pour faire remarquer, qu'il ne lui contestoit pas la position de la route BL, mais seulement le temps ou la vitesse pour parcourir BL. 2°. Au dernier paragraphe de sa piece, où il marque la raison pourquoi la consideration de la dérive apporte beaucoup de difficulté à cette Theorie, il affirme, que pour determiner la dérive, *il est necessaire*

cessaire d'avoir égard non seulement au plus de difficulté que le Vaisseau a en fendant l'eau avec le côté qu'avec sa pointe, ainsi qu'a fait Mr. Renau, mais encore à l'impulsion differente, que reçoit le corps du Vaisseau par le vent, sur tout par les côtés : Tout comme si en faisant abstraction de cette impulsion du vent sur le corps du Vaisseau, l'unique & la veritable maniere de determiner la dérive étoit fondée sur la raison des resistances de l'eau contre le côté du Vaisseau & contre sa pointe, sans aucun égard à sa figure, dont il ne fait pas seulement mention. 3°. Dans la replique qu'il publia à la reponse de Mr. Renau, il dit sur la fin que *cette Theorie comme l'avoit donnée Mr. Renau seroit vraie, si les resistances de l'eau étoient comme les vitesses du Vaisseau, au lieu qu'elles sont comme les quarrés de ces vitesses*; Or je prétens, qu'elle ne seroit pas plus vraie dans une supposition que dans l'autre, entends qu'elle regarde la quantité de la dérive : Car il est aisé de voir que la consideration de la figure du Vaisseau doit toûjours servir de fondement à la determination de cette quantité, quelque supposition qu'on fasse pour le rapport entre les résistances & les vitesses.

CHAPITRE XII.

De l'endroit le plus commode pour planter le Mât dans le Vaiſſeau, afin qu'il mette la reſiſtance de l'eau en équilibre.

I.

AVant que de finir ce diſcours il eſt à propos d'avertir, que bien que la ligne BG, telle que nous l'avons determinée par rapport à la ligne de la route BL, marque la direction de la ligne de la force mouvante, ou l'angle qu'elle doit faire avec la quille BM, on ne ſçait pourtant pas encore de quel point de la quille cette ligne doit partir, ou en quel point B doit être arboré le Mât, afin que la reſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau ſe partage ſi bien de côté & d'autre de BG, qu'il y ait équilibre entre ces deux parties de la reſiſtance, & que l'une ne faſſe pas plus d'effort que l'autre, pour tourner le Vaiſſeau au tour du point B où eſt le mât, qui en eſt comme le pivot.

II.

Je ſçai que ce point B ne peut pas être fixe, & qu'il changera ſelon le changement

ment de la dérive, c'eſt pourquoi on plante le mât environ dans le point du milieu du vaiſſeau, afin qu'il ſoit à peu prés également proche de tous les veritables endroits où il le faudroit mettre pour toutes les differentes dérives; & le peu d'effort que fait la reſiſtance de l'eau d'un côté plus que de l'autre, & qui feroit tournoyer le Vaiſſeau au tour de B, peut être aiſément contrebalancé par la direction du gouvernail pour empêcher que le paralleliſme du mouvement de la quille HM ne ſoit troublé. Il eſt pourtant auſſi vrai, que plus cet excés d'effort que le gouvernail doit détruire eſt grand, plus il y a de force perduë dans celle qui fait avancer le Vaiſſeau, & par conſequent la viteſſe en ſera plus retardée: Car il eſt viſible, que l'effort de la reſiſtance étant balancé contre le mât, le gouvernail pourra demeurer dans l'inaction, c'eſt-à-dire, dans une ſituation parallele à la ligne de la route, pendant que le Vaiſſeau gardera toûjours le paralleliſme de ſon mouvement, enſorte que la force du vent n'ayant pas à vaincre la reſiſtance du gouvernail, elle ſera employée toute entiere à faire avancer le vaiſſeau.

III.

Auſſi ne ſera-t-il pas tout à fait inutile, de demontrer ici une maniere de determiner pour chaque route *l'axe de la reſiſtance moyenne* (j'appelle ainſi la ligne BG, qui met en équilibre la reſiſtance de part & d'autre) & partant le point où doit être placé le mât, qui ſera celui où cet axe coupe la ligne de la quille. Je m'étonne que ni Mr. Renau ni Mr. Huguens n'ayent point ſongé à cette queſtion, qui paroît pourtant aſſez eſſentielle à la Theorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux.

IV.

Soit comme dans la Fig. XII. ACF un arc d'une courbe quelconque mû dans l'eau ſuivant la direction AM; AG perpendiculaire à AM, ſur laquelle ſont priſes les abſciſſes AB, qui répondent aux ordonnées BC paralleles à AM. Nous avons demontré que chaque élement ou differentielle de la courbe Cc eſt pouſſé par la reſiſtance ſuivant la perpendiculaire CD avec une force proportionelle à $\frac{dx^2}{dt}$, laquelle étant decompoſée en deux forces laterales, donne pour la parallele à AM ſuivant CB,

Fig. XVI.

dx^3

$\frac{dx^3}{dt^2}$, & pour la perpendiculaire ſuivant CO, $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$. Ainſi conſiderant les forces paralleles ſuivant C B comme appliquées aux points B, & les forces perpendiculaires ſuivant C*c*, aux points Q: Nous aurons une eſpece de levier GAZ à deux bras G A & Z A qui font un angle droit G A C, & qui ſont chargés dans tous leurs points B & Q, des forces proportionelles à $\frac{dx^3}{dt^2}$ & $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$, leſquelles agiſſent perpendiculairement les unes ſur A B, & les autres ſur A Z.

V.

Ou ſi on aime mieux on pourra prendre G A Z comme deux lignes inflexibles en forme d'équerre, & peſantes, dont les poids élementaires aux points B & Q obſervent la même proportion, ſçavoir de $\frac{dx^3}{dt^2}$ & de $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$.

V I.

De quelque maniere que l'on conſidere donc la choſe, il eſt clair, que ſi au centre de force ou de peſanteur R de la ligne A G on applique la ligne K R, cette ligne deviendra l'axe de l'équilibre de toutes les forces, qui agiſſent ſur A B, ou

ou de toutes celles qui agiſſent ſuivant la même direction ſur l'arc ACF; c'eſt à dire que KR eſt l'axe des forces laterales paralleles, qui les balance également, ou qui les ſoutient en équilibre. Par la même raiſon TX appliquée au centre de force ou de peſanteur de la ligne AZ, ſera l'axe des forces laterales perpendiculaires, qui les met en équilibre.

VII.

Le point S où ſe rencontrent ces deux axes d'équilibre, ſera donc le centre où ſe reüniſſent toutes les forces tant paralleles que perpendiculaires, c'eſt-à-dire, toute la reſiſtance que l'eau fait à l'arc ACF; Ainſi la ligne droite NV qui paſſe par ce centre S & qui eſt parallele à la ligne de la force mouvante LG, dont nous avons ci-deſſus determiné la direction, ſera l'axe de la reſiſtance moyenne; qui aura cette qualité, que ſi au point S ou dans un autre point de la ligne NSV on attache une corde infiniment longue, pour trainer ſuivant la direction SV le plan AGF terminé par l'arc ACF, que je ſuppoſe être ſeul expoſé à l'action de la reſiſtance, le mouvement ſe fera ſuivant la direction SK

non

non obſtant la direction S V de la force qui traine ; & la reſiſtance contre l'arc A P ſera contrebalancée par la reſiſtance contre l'arc F P.

VIII.

Ou ſi ſuppoſant le plan A G F en repos & attaché à la corde S V d'une longueur quelconque, un torrent heurte continuellement contre l'arc A C F ſuivant la direction K S ou Z A ; je dis que non ſeulement le plan A G F ne pourra pas être entrainé, mais auſſi qu'il ne pourra pas être tourné au tour du point, où eſt attaché la corde, à cauſe de l'équilibre, qui ſe fait entre les deux parties de l'action de l'eau ſur les deux arcs A P & F P ; enſorte qu'il demeurera ſuſpendu comme immobile, & bandera la corde de toute la force que le torrent peut imprimer à l'arc A C F ; & que ſi la corde venoit à ſe rompre, le plan A G F commenceroit dans le premier moment à deſcendre non point ſuivant la direction du torrent S R, mais ſuivant S N, quoi qu'il ſoit vrai, que ce mouvement oblique s'accommoderoit dans la ſuite peu à peu au mouvement de l'eau, à meſure que le plan entrainé par le torrent

rent ſeroit enfin parvenu à une viteſſe égale à celle du torrent.

IX.

Ce ſont là des raiſonnemens, qu'on pourroit aiſément verifier par l'Experience, qui ne manqueroit pas, a coup ſûr, de decider en faveur de ma methode d'expliquer la nature de la dérive, & de determiner les lignes de la route & de la force mouvante l'une par l'autre, comme auſſi l'axe de la reſiſtance moyenne.

Chapitre XIII.

De l'axe & du centre de la reſiſtance moyenne de l'eau, determinés par une Conſtruction Geometrique.

I.

J'Ai fait voir que pour determiner l'axe de la reſiſtance moyenne, il s'agit de trouver les centres de gravité R & T, des deux lignes AG & AZ peſantes, dont les elemens de peſanteur ſoient reſpectivement comme $\frac{dx^3}{dt^2}$ & $\frac{dx^2 dy}{dt^2}$. Or par les principes de la Statique on trouve le centre de gravité de pluſieurs poids en ligne droite, en diviſant la ſomme des moments de ces poids par la ſomme des poids

poids mêmes; par le moment on entend le produit d'un poids par sa distance à un point fixe, que l'on prend pour le point d'appui ou pour le centre du mouvement. Ainsi prenant A pour ce point, on aura le moment de toute la ligne AG (composée d'une infinité de poids) $= \int \frac{x dx^3}{dt^2}$, bien entendu qu'on suppose x devenir $=$ AG $= c$: La somme des poids est $\int \frac{dx^3}{dt^2}$; donc AR $=$ $\int \frac{x dx^3}{dt^2}$ divisé par $\int \frac{dx^3}{dt^2}$; Il en est de même de AT qui se trouvera $= \int \frac{y dx^2 dy}{dt^2}$ divisé par $\int \frac{dx^2 dy}{dt^2}$.

II.

Si ACF est un arc de cercle ces valeurs de AR & de AT deviennent encore fort à propos integrables, & peuvent par consequent se construire par la Geometrie ordinaire. Car transportant à la Figure XVI. les lettres algebraïques de l'art. 4. du Chapit. IX. on aura $\frac{x dx^3}{dt^2} =$ $\frac{bbx - x^3 + 2hxx}{aa} dx$, dont l'integrale $=$ $\frac{\frac{1}{2}bbx^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}hx^3}{aa}$, & comme $\int \frac{dx^3}{dt^2}$ a été trou-

trouvé $= \frac{bbx - \frac{1}{3}x^3 + bxx}{aa}$, par la ſubſtitution il viendra AR $= \frac{\frac{1}{2}bbxx - \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}bx^3}{bbx - \frac{1}{3}x^3 + bxx}$ $= \frac{6bbx - 3x^3 + 8bxx}{12bb - 4xx + 12bx}$. De plus on aura $\frac{ydx^2dy}{dt^2} = -b + \sqrt{bb - xx + 2bx}$ multiplié par $\frac{b - x\sqrt{bb - xx + 2bx}}{aa}dx$, ce qui produit

$$\frac{-bb + bx\sqrt{bb - xx + 2bx} + bbb - 3bxx + 2bbx - bbx + x^3}{aa}dx,$$

dont l'integrale $=$

$$\frac{-\frac{1}{3}b\,x\overline{bb - xx + 2bx}^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4}{aa}:$$

mais cette quantité par la ſuppoſition de $x = 0$, devient $\frac{-\frac{1}{3}b^4}{aa}$; ce qu'il faut joindre ſous le ſigne contraire à l'integrale trouvée pour la faire évanoüir dans le cas de $x = 0$; ainſi nous aurons $\int\frac{ydx^2dy}{dt^2} =$

$$\frac{-\frac{1}{3}b\,x\overline{bb - xx + 2bx}^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^4}{aa}$$

& puiſque $\int\frac{dx^2dy}{dt^2}$ a été trouvé $=$ $\frac{\frac{1}{3}x\overline{bb - xx + 2bx}^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3}{aa}$; en ſubſtituant on aura AT $=$

$$\frac{-\frac{1}{3}bx\overline{bb - xx + 2bx}^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^4}{\frac{1}{3}x\overline{bb - xx + 2bx}^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3},$$

III. Ayant

III.

Ayant ainſi determiné AR & AT, on aura S le centre de la reſiſtance moyenne, comme auſſi la poſition de SV parallele à LG, qui ſera l'axe de l'equilibre de la reſiſtance : mais je ne m'arrête pas à chercher par une operation geometrique la conſtruction de ces deux lignes AR & AT exprimées analytiquement ; elle deviendroit trop penible, & je la neglige avec d'autant plus de raiſon que j'enſeignerai une autre conſtruction beaucoup plus courte & plus ſimple, tirée de la conſideration particuliere des forces, qui tendent toutes vers un point donné, aprés que j'aurai fait remarquer les cas les plus faciles, qui ſuivent de ces expreſſions analytiques : ſi $b = 0$, c'eſt-à-dire, ſi l'eau friſe l'extremité A, & partant ſi $b = a$; alors AR ſera $= \frac{-3xx + 8ax}{-4x + 12a}$, ou (mettant c pour x) $\frac{-3cc + 8ac}{-4c + 12a}$, & AT $= \frac{-3ax^3 + 3aaxx + \frac{3}{4}x^4}{\overline{-xx + 2ax}^{\frac{3}{2}}}$ ou $\frac{-3ac^3 + 3aacc + \frac{3}{4}c^4}{\overline{-cc + 2ac}^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{4}\sqrt{2ac - cc}$ $= \frac{3}{4}$ GF.

IV.

Ce qui donne occaſion à la conſtruc-

 tion

Fig. XVII. tion ſuivante : Soit donné un arc de cercle quelconque APF mû dans l'eau ſuivant la tangente AT ; N eſt le centre de cet arc ; NA le rayon au point d'attouchement ; FG perpendiculaire ſur NA ; AE diametre du demicercle AFE ; Prolongez AE en Y, en ſorte que EY = au rayon : Prenez NR = aux trois quarts de la troiſiéme proportionelle de YG à EG : Elevez la perpendiculaire RS & la faites = aux trois quarts de GF ; Tirez enfin NS ; je dis que le point S ſera le centre de la reſiſtance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre de la reſiſtance moyenne.

DEMONSTRATION.

Car (nommant comme dans l'analyſe AN ou NE $= a =$ EY, & AG $= c$) on aura YG $(3a - c)$. EG $(2a - c)$. $\frac{4aa - 4ac + cc}{3a - c}$, dont les trois quarts $\frac{12aa - 12ac + 3cc}{12a - 4c} =$ (par conſtr.) NR ; par conſequent AR (AN — NR) $= \frac{8ac - 3cc}{12a - 4c}$, & AT (RS) eſt (par conſtr.) $= \frac{3}{4}$ GF : donc le point S eſt le centre de la reſiſtance moyenne : ce qu'il falloit demontrer en premier lieu. De plus RS . RN :: (par conſtruct.) $\frac{3}{4}$ GF ou

$\frac{3}{4}\sqrt{2ac}$.

$\frac{3}{4}\sqrt{2ac - cc} \,.\, \frac{12aa - 12ac + 3cc}{12a - 4c}$ :: (en divisant par $\sqrt{2a - c}$) $\sqrt{c} \,.\, \frac{\overline{2a - c}\sqrt{2a - c}}{3a - c}$ :: (multipl. par $\overline{3a - c}\sqrt{c}$) $3ac - cc \,.\, \overline{2a - c}\sqrt{2ac - cc}$ :: (par l'art. 5. du Chapitre IX.) GH . GI ou HL; donc NS est parallele à LG, donc auſſi NS eſt l'axe de l'équilibre de la reſiſtance moyenne: ce qu'il falloit demontrer en ſecond lieu.

V.

Mais ſans faire aucun calcul analytique, la conſideration de la preſſion du fluide ſur un arc de cercle mû ſuivant une direction AT quelconque, ſoit qu'elle touche l'arc AF, ou qu'elle le coupe, fournit une conſtruction trés-facile & trés-ſimple; Car comme cette preſſion de la reſiſtance eſt compoſée d'une infinité de forces appliquées ſur les élemens de cet arc, leſquelles forces tendent toutes vers un point commun N, qui en eſt le centre, & où elles ſe reüniſſent, deſorte que l'axe de l'équilibre paſſe auſſi neceſſairement par le même point: Et comme il eſt outre cela parallele à GL; on voit que pour la décrire dans la figure du vaiſſeau pour le premier des

deux cas exprimés dans l'art. 2. du Chapit. X. il ne faut que tirer par le centre S (v. Fig. XIV.) une parallele à la ligne de la force mouvante B G, cette parallele sera l'axe de l'équilibre de la resistance, & le point où elle coupe la ligne de la quille H M, sera le veritable endroit, où il faudroit arborer le Mât, au moins pour la dérive L B M.

VI.

Quant à l'autre cas, il faut tirer separément par le centre S (v. Fig. XV.) l'axe de l'équilibre de la resistance contre l'arc M E, & puis on tirera aussi par le centre A l'axe de l'équilibre de la resistance contre l'arc M Z; Il est manifeste, que l'intersection de ces deux axes sera le centre de toute la resistance moyenne, c'est pourquoi la ligne, menée par ce point parallele à B G, sera l'axe commun de l'équilibre, & par consequent où il rencontre la ligne de la quille, ce sera l'endroit du mat.

VII.

Or comme on voit aisément que dans l'un & l'autre de ces cas ce point de concours se trouve toûjours entre B & M, plus ou moins éloigné de B selon les differentes dérives, ou selon les differentes

tes positions de la voile, & de la quille; Il est évident, que le mât devant être planté dans un endroit fixe, on doit choisir pour cela un point plus proche de la prouë que de la pouppe, & qui soit éloigné de B d'un éloignement moyen entre le plus petit éloignement qui est nul, & le plus grand : De cette maniere le parallelisme dans le mouvement du vaisseau se conservera, sans que le gouvernail ait besoin d'y contribuer beaucoup, & par consequent sans qu'il s'oppose sensiblement à l'effet de la force du vent, c'est-à-dire à la vitesse du vaisseau.

Chapitre XIV.

De la Courbure de la Voile.

I.

JE fis voir le premier dans le Journal des Sçavans du mois d'Avril 1692, & aprés moi feu mon Frere dans les Actes de Leipsic au mois de May suivant, que la Courbure de la Voile doit être la même que la Chainette, supposé que le vent donne obliquement dans la voile, & qu'il ne s'arrête pas dans sa cavité, car autrement la nature de la courbe

change, ſelon les diverſes manieres dont la voile reçoit le vent, & ſelon qu'elle le retient ou qu'elle le laiſſe échapper plus ou moins librement.

II.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé, que la Voile étoit une ſuperficie plate, que le vent pouſſoit ſuivant une ſeule determination, qui lui eſt perpendiculaire; mais une ſuperficie courbe étant pouſſée par un même vent ſuivant autant de determinations differentes qu'il y a de differentes perpendiculaires à la courbe; il eſt manifeſte que nôtre Theorie ſeroit inutile pour la pratique, ſi toutes ces directions ou determinations des forces ne pouvoient pas être reduites à une determination moyenne, ſelon laquelle la force du vent pouſſe tout le Vaiſſeau, & laquelle par conſequent doit être directement oppoſée à la force moyenne de la reſiſtance de l'eau: En effet Mr. Renau a fort bien remarqué dans ſon Traité pag. 106. que *le Vaiſſeau ſera pouſſé de la même maniere, que ſi ſa voile étant plate, elle étoit ſituée ſuivant une ligne perpendiculaire à la Direction moyenne entre toutes les forces, dont la voile eſt pouſſée vers la direction moyenne*; ce ſont là ſes propres termes:

termes : Cependant il n'a pas entrepris de determiner cette moyenne force & direction, ſi non par conjecture, quoiqu'il ſoit trés-important de la ſçavoir au juſte, puiſque c'eſt de cette direction que depend la ſubſtitution (laquelle on peut faire dans la penſée) d'une Voile plate équivalente.

III.

Feu mon Frere a donné à la verité une regle pour cela dans les Actes de Leipſic 1692. p. 204, mais que lui-même a reconnu enſuite être fautive de même que la plûpart des autres propoſitions qu'il a avancées ſur cette matiere qui ſont fauſſes, voulant donc les corriger il donna une nouvelle regle pour la direction moyenne dans les mêmes Actes en 1694. p. 275 ; mais qui ne ſe rencontra pas meilleure que la premiere, ce qu'il reconnoit encore lui-même dans les Actes de l'Année ſuivante 1695. p. 547 & 548, où rejettant les deux premieres il en propoſe enfin une troiſiéme, que je trouve effectivement n'être pas fauſſe, mais outre qu'elle ſuppoſe que la nature de la courbe eſt donnée par une équation, elle eſt encore exprimée par des grandeurs differentielles, qui ne donnent

qu'une idée trés-confuse d'une chose trés-simple en elle-même, & que je determine par le moyen de la seule position donnée des deux tangentes extrêmes de la voile, sans supposer qu'on connoisse ni la nature de la courbe, ni aucune autre chose.

IV.

Ce n'est pas la methode generale, dont je me suis servi ci-dessus dans la recherche de l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne, & qui pourroit aussi être employée ici quoique moins commodement; ce n'est pas, dis-je, la methode generale, qui m'a conduit à la découverte d'un Theoréme trés-curieux & trés-utile pour la pratique, quand il est question de determiner la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impulsions du vent contre la voile; mais c'est une autre methode particuliere que je communiquerai dans la suite : mais voyons auparavant en quoi consiste la Regle de mon Frere.

V.

Soit ABH une courbe quelconque, qui represente non seulement une voile enflée par le vent, mais aussi un morceau de linge rempli d'une liqueur uni-

Fig. XVIII.

forme.

formement ou non-uniformement pesante, ou si l'on veut soit ABH une corde parfaitement flexible poussée ou tirée dans tous ses points de maniere qu'elle forme une ligne courbe par une infinité de puissances égales ou inégales, chacune suivant une direction perpendiculaire à la courbe. L'abscisse AF $= x$; l'ordonnée FB $= y$; la courbe AB $= s$; AC & BC sont deux tangentes aux points A & B, qui se rencontrent en G; BD est une perpendiculaire: Cela posé, mon Frere ordonne de prendre BD $= \frac{x ds^2 + x dy ds}{dx^2}$, & de tirer ensuite CD, qui sera l'axe de l'équilibre des impulsions du vent faites sur la portion AB.

VI.

Je remarque ici (ce qui soit dit en passant) qu'il auroit pû exprimer plus simplement la ligne BD, en la faisant $= \frac{xds}{ds - dy}$; car $\frac{xds}{ds - dy}$ est $= \frac{x ds^2 + x dy ds}{dx^2}$, & ainsi elles ne font qu'une même quantité, verité dont chacun peut aisément se convaincre, si comparant ces deux expressions ensemble, on les multiplie ensuite en croix.

CHAPITRE XV.

De l'axe de l'équilibre des impressions du Vent sur une Voile courbe determiné par un Theoréme que l'on demontre par quelques Propositions de Statique.

I.

VOici maintenant mon Theoréme conçû en peu de mots, sans tirer la ligne BD & sans considerer les x, y & s.

THEORÉME.

La ligne CD, qui coupe l'angle ACB en deux également, sera la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impressions sur la portion de la courbe AB.

Pour demontrer ce Theoréme, je me servirai de quelques propositions déduites de la Statique commune.

Propos. I.

II.

Fig. XIX. *Si trois forces A, B, F, tirent ensemble un point C, & qu'elles soient en équilibre mutuellement : Je dis que si la direction de l'une FC est prolongée en D; Les trois forces*

A, B

A, B & F seront respectivement comme les sinus de ces trois angles DCB, DCA & ACB ou de son complement à deux droits.

Cette proposition se trouve demontrée dans presque tous les livres de Mechanique : Voyez entre autres la proposition fondamentale de Mr. Varignon dans son projet d'une Nouvelle Mechanique pag. 11.

Corollaire.

III.

Si FCD partage également l'angle ACB, les deux forces A & B seront égales.

Propos. II.

IV.

Fig. XX.

Si ACDB est un fil ou une corde attachée ou soutenuë aux deux extremités A & B, pendant qu'aux deux points C & D elle est bandée ou tenduë par deux puissances ou forces CR & DS; Je dis que la direction moyenne de ces deux puissances ou leur axe d'équilibre sera XV diagonale du trapeze, qui se forme par la prolongation des lignes AC, BD & RC, SD.

Demonstr. Car il est manifeste que les deux

deux cordes A C & B D ſont tenduës de la même maniere par les forces C R & D S, que ſi les cordes A C, B D prolongées en *c* & *d*, & jointes par la corde *cd* parallele à C D étoient tenduës par les mêmes forces *cr*, *ds* & ſuivant les mêmes directions, parce que les directions des réſiſtances & des forces A*c*, *cd*, B*d* & *cr*, *ds* demeurant les mêmes que AC, CD, BD & CR, DS, il ſe fera encore le même équilibre entre les reſiſtances & les forces ; c'eſt-à-dire qu'il faudra autant de force en A & B pour ſoutenir la corde A*cd*B tenduë par les deux forces *cr* & *ds*, qu'il en faut pour ſoutenir la corde A C D B tenduë par les forces C R & D S égales & paralleles à *cr* & *ds*, ſuppoſé C D parallele à *cd*. Les forces *cr* & *ds* ont donc la même direction moyenne que les forces C R & D S: C'eſt pourquoi concevant que *cd* ſoit infiniment proche du point de concours X, & partant infiniment petite, enſorte que les points *c* & *d* ſe confondent enfin au point X ; ce ſera la même choſe, que ſi ce point X étoit tiré par deux forces X L & X M égales & paralleles aux forces C R & D S. Or il eſt viſible que la direction de la force moyenne de

X L &

XL & de XM doit paſſer par le point X, puiſque c'eſt la diagonale du parallelogramme ML fait par les deux côtés XL & XM : La ligne XN ſera donc auſſi la quantité & direction moyennes des forces CR & DS. Que ſi nous conſiderons préſentement RCDS comme une corde ſoutenuë par les deux bouts R & S, & tenduë par deux forces CA & DB, ce qu'il eſt permis de s'imaginer, on ſuivra le même raiſonnement pour prouver que la direction moyenne des forces CA & DB, qui doit être directement oppoſée à la premiere XN (puiſque ce ſont les directions de l'action & de la reaction) paſſera par le point de concours V ; d'où il s'enſuit que XV ſera la commune direction moyenne des forces CR, DS, qui tendent la corde, auſſi bien que des reſiſtances ou des tenſions, que ſouffre la corde ſuivant CA, DB; ainſi XN & XV ſeront ſituées en ligne droite.

V.

Cette demonſtration peut encore être abregée de la maniere ſuivante : Les forces tendantes CR, DS ſont diſpoſées comme ſi elles partoient du point V ; & l'on peut conſiderer les forces reſi-

ſtantes

ſtantes CA, DB comme partantes du point X: Les points V & X peuvent donc auſſi être regardés comme les deux extremités d'une ligne inflexible VX pouſſée de V vers X par l'action moyenne des forces tendantes, & repouſſée de X vers V par la reaction moyenne des forces reſiſtantes : d'où il eſt aiſé de conclurre, que VX doit être la commune direction moyenne des forces tendantes & des reſiſtances.

Coroll.

VI.

Si les deux angles ACD & BDC égaux ou inégaux, ſont coupés également par les directions des forces VCR, VDS; c'eſt à dire ſi ACV = DCV, & BDV = CDV; Les trois portions de la corde AC, CD, & DB, ſeront également bandées, ou bien chacune aura beſoin de la même fermeté pour reſiſter à la rupture. Car par le Coroll. de la Propoſition précedente la force avec laquelle DC eſt tiré ou tendu de D vers C par la puiſſance CR, eſt égale à la force avec laquelle AC eſt tiré ou tendu de A vers C par cette même puiſſance CR: Et pareillement les forces avec

leſquel-

lesquelles CD & BD sont tirés ou tendus de C vers D, & de B vers D par la puissance DS, sont égales entre elles. Or le point C est tiré vers D par un effort égal à celui avec lequel D est tiré vers C à cause de l'égalité qu'il y a entre l'action & la reaction. Donc les tensions & partant les fermetés requises pour empêcher la rupture sont égales dans les trois portions du fil AC, CD, & DB.

Propos. III.

VII.

Le fil ou la corde ACDEFB attachée ou soutenuë aux extremités A & B étant tenduë par plusieurs puissances CR, DS, ET, FP &c. quelconques, ensorte qu'elle prenne la forme d'un polygone ACDEF: Je dis que 1°. La direction moyenne VX ou l'axe de l'équilibre de ces forces ou puissances passera par le concours X des portions extrêmes de la corde AC, BF prolongées, & par le centre de gravité O des points L, M, N, K, aprés avoir tiré les lignes XL, XM, XN, XK paralleles & égales à leurs respectives CR, DS, ET, FP. 2°. La quantité de la force ou puissance moyenne sera exprimée par la quatriéme proportionelle de l'unité, du nombre des points L, M, N,

Fig.XXI.

M, N, K & de la diſtance de leur centre de gravité au point X.

Demonſtr. La premiere partie de cette propoſition ſe démontre par la précedente : Car la direction moyenne des deux forces CR & DS paſſant par le concours G, des deux portions du fil AC, ED prolongées ; on pourra à la place du fil ACDEF tendu par trois puiſſances en C, D, & E, ſubſtituer le fil AGEF, tendu ſeulement par deux puiſſances en G & F, dont celle en G ſoit la moyenne de CR & DS ; ainſi la direction des deux forces ou puiſſances en G & E, c'eſt-à-dire, des trois en C, D, & E, paſſera par le concours H des deux portions du fil AC, FE prolongées : En continuant de cette maniere on prouvera, que la moyenne direction de toutes les puiſſances CR, DS, ET, FP &c. paſſera par le concours X des portions extrêmes du fil AC, BF prolongées. La ſeconde partie de cette propoſition eſt claire par l'articl. 16. du Chapit. I.

Coroll. I.

VIII.

Si tous les angles du polygone repréſenté

ſenté par la corde tenduë égaux ou inégaux, ſont coupés également par les directions des puiſſances, comme on l'a ſuppoſé dans le Corollaire de la Propoſ. II. on prouvera de même, que toutes les portions AC, CD, DE &c. du fil ACDEFB ſont également tenduës ou bandées.

Coroll. 2.

IX.

Or puiſque les deux portions AC & BF ſont tenduës de la même maniere qu'elles le ſeroient, ſi elles étoient continuées en X, & qu'on y appliquât la force moyenne ſuivant la direction moyenne VX; il faut que AX & BX, en faiſant la ſuppoſition précedente, ſoient auſſi également tenduës; donc par la converſe du Coroll. de la Prop. I. VX coupe l'angle AXB en deux parties égales.

Coroll. 3.

X.

Si, faiſant toûjours la même ſuppoſition, le nombre des puiſſances CR, DS, ET, FP &c. eſt infini, le polygone ACDEFB dégenere en une ligne cour-

 be,

be, ſur laquelle les directions CR, DS, ET, FP &c. ſont perpendiculaires; enſorte qu'elle repréſente fort bien une voile ou un linge enflé par le vent ou rempli d'une liqueur, dont toutes les preſſions égales ou inégales agiſſent ſur chaque petite partie de la courbe ſuivant une direction perpendiculaire à la courbe; De maniere que le Theoréme avancé dans le premier article de ce Chapitre eſt entierement demontré.

XI.

Ceux qui ſont employés dans la marine ſeront ſans doute bien-aiſes de ſçavoir ce Theoréme, puiſqu'il leur ſervira de regle pour connoître, ſi la ligne de la force mouvante a la ſituation qu'ils ſouhaitent; d'autant plus que ſans ſe mettre en peine de la nature de la courbe, ils n'ont qu'à tirer deux tangentes aux extremités de la voile, ſoit par eſtimation en imaginant ces tangentes tirées, ſoit réellement en les tirant effectivement par le moyen de deux ficelles, ou de quelle autre maniere que ce ſoit, car la ligne droite qui coupe en deux parties égales l'angle que font les deux tangentes, ſera infailliblement la moyenne direction de l'impulſion du vent ou la

ligne

ligne de la force mouvante, ſuivant laquelle le vent fait ſon effort ſur la voile, & la voile ſur le vaiſſeau, qui par là ſera determiné à ſe mouvoir non point ſuivant la même ligne, mais ſuivant celle que demande la figure du Vaiſſeau & la poſition de la quille, pour que la reſiſtance moyenne de l'eau contre le Vaiſſeau ſoit directement opposée à la force moyenne du vent ſur la voile; c'eſt-à-dire, que les deux axes de l'équilibre tant de la reſiſtance de l'eau, que de la force mouvante du vent, rapportés ſur le plan horizontal ſe répondent parfaitement en ligne droite: c'eſt ce qui a fait la principale matiere de ce Traité.

XII.

Quant au reſte j'avoüe que j'ai ſuppoſé avec Mr. Renau dans ſa Theorie, & avec Mr. Huguens dans ſon Objection, que la Viteſſe du vent eſt infiniment plus grande que celle du vaiſſeau, car autrement le même vent ne pouſſeroit pas avec la même force la voile du Vaiſſeau quand il eſt déja en mouvement pour fuir le vent, que quand il commence à ſe mouvoir. Et deux Vaiſſeaux ſuivant deux routes differentes quoiqu'avec des viteſſes égales, le vent n'a-

giroit pas également ſur leurs voiles ni avec la même impetuoſité ; car le Vaiſſeau qui avance plus ſelon la ligne du vent, rend inutile une plus grande partie de la viteſſe du vent, que celui qui avance moins ſuivant la même ligne, puiſque ce n'eſt pas la viteſſe abſoluë, mais la relative ou la difference de deux viteſſes en un même ſens qui doit être eſtimée dans le choc des corps.

XIII.

Or quoiqu'il ſoit vrai, que la rapidité du vent n'eſt pas infinie, & qu'ainſi à parler à toute rigueur, les regles que j'ai données dans ce Traité, concernant la viteſſe du Vaiſſeau, ne peuvent pas avoir une exactitude geometrique ; il ſuffit que la viteſſe du vent ſoit ſi grande, par rapport à celle du vaiſſeau, que quelque grande que cette derniere ſoit, elle ne puiſſe pas entrer en comparaiſon avec la viteſſe du vent, pour en conclurre que dans le fait l'erreur qui reſulte de mes regles devient imperceptible ; Erreur qu'il vaut par conſequent beaucoup mieux negliger dans la pratique comme une choſe de trés-petite importance, que de ſe jetter dans le détail épineux d'un calcul long & penible, en vou-

voulant s'attacher trop ſcrupuleuſement à une préciſion, qui quand même on viendroit à bout de la determiner avec exactitude, ne produiroit aucune utilité conſiderable dans la pratique.

XIV.

Je ſçai que feu mon Frere fit autrefois cette objection, qu'il croyoit être de quelque conſequence, à Meſſrs. Renau & Huguens dans les Actes de Leipſic de 1695. pag. 549 & 550, & que ſans s'engager dans cette diſpute, il ſe contenta de dire que Mr. Huguens approchoit plus de la verité ; cependant le calcul qu'il y fait pour appuyer ſon objection, & pour faire voir que la difference peut devenir trés-ſenſible dans des voyages de longs cours, ne me paroît pas convainçant, parce qu'il y a des ſuppoſitions qu'on ne lui accorderoit pas aiſément : quoiqu'il en ſoit, ce que j'ai demontré touchant la Viteſſe d'un Vaiſſeau, ne ſert uniquement que dans le cas où l'on ſuppoſe que la viteſſe du vent eſt incomparablement plus grande que celle du Vaiſſeau.

CHAPITRE XVI.

Methode nouvelle pour trouver la Nature des Courbes des Voiles, des Linges, des Cordes &c. dilatés par l'action d'un fluide quelconque.

I.

AVant que de finir cet ouvrage, je me ſervirai de cette occaſion pour communiquer au Public une nouvelle Methode propre à determiner la nature des Courbes des Voiles, des Linges, des Cordes, & en general de toute matiere flexible dilatée en ligne courbe par l'action quelconque d'un fluide, ſoit qu'il agiſſe par ſa peſanteur; ou par ſon mouvement; ou par l'un & l'autre enſemble; ſoit qu'il agiſſe par un reſſort uniforme ou non-uniforme s'il en a un, comme l'air: En un mot, par quelque cauſe que ſe faſſe la preſſion, pourvû que ſa direction ſoit par tout perpendiculaire à la courbe, & que la Loi des forces qui preſſent ſoit donnée. Cette Methode que je vais communiquer préſentement m'eſt connuë depuis fort long-temps; elle eſt differente de celle que je publiai autrefois, & qui conſiſte dans la Decom-

poſition

poſition des forces élementaires, qui preſſent ſur la courbe, dans ſes collaterales paralleles & perpendiculaires aux abſciſſes, ſemblable à peu prés à la maniere que j'ai employée dans ce Traité pour determiner la direction moyenne de la reſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau. J'inventai la ſeconde de ces Methodes peu de temps aprés la premiere, mais de certaines raiſons qui ne ſubſiſtent plus m'empêcherent de rendre alors publique celle dont il eſt ici queſtion, je profite de l'occaſion qui ſe préſente à en faire part au Public, ſans quoi je n'y aurois peut-être plus penſé.

II.

Conſiderons le polygone ACDEFB comme compoſé d'une infinité de côtés AC, CD, DE &c. c'eſt ſous cette idée qu'on a accoûtumé de conſiderer en certaines occaſions les Lignes courbes. Suppoſé les petits côtés AC, CD, DE, EF &c. égaux entre eux, les angles externes ACI, CDG, DEH &c. ſeront les meſures des convexités de la courbe aux points C, D, E &c. & par conſequent reciproquement proportionels aux rayons de la développée ou des cercles oſculateurs des mêmes points C, D, E &c.

Fig. XXI.

&c. Si donc ACDEFB eſt un fil courbé par une infinité de puiſſances appliquées aux points C, D, E &c. dont les lignes de direction *r* CR, *s* DS, *t* ET &c. ſoient perpendiculaires à la courbe, c'eſt à dire que tous les angles *r* CA, *r* CD, *s* DC, *s* DE, *t* ED, *t* EF &c. ſoient comme des angles droits & partant égaux entre eux; Il s'enſuit par le Coroll. de la Propoſ. II. & par le Coroll. 2. de la Propoſ. III. que les petites parties du fil AC, CD, DE &c. ſont toutes également bandées; & qu'ainſi le fil, la voile, le linge &c. quoiqu'inégalement preſſés ſuivant les perpendiculaires, ne laiſſent pas pour cela d'être également tendus ſuivant les tangentes, & d'être par conſequent également ſujets à la rupture dans tous les points de la courbe que cauſe la preſſion du fluide.

III.

De plus la puiſſance CR eſt à la force de la tenſion du fil CD (que nous nommerons ici T), comme le ſinus de l'angle ACI, au ſinus de l'angle AC*r* c'eſt à dire au ſinus total: mais auſſi T eſt à la puiſſance DS, comme le ſinus de SDE c'eſt à dire le ſinus total, au ſinus de CDG; donc *ex æquo* la puiſſance CR

eſt

eſt à la puiſſance DS, comme le ſinus de ACI eſt au ſinus de CDG; ainſi par le même raiſonnement la puiſſance DS eſt à la puiſſance ET, comme le ſinus de CDG, eſt au ſinus de DEH; & la puiſſance ET à la puiſſance FP, comme le ſinus de DEH, au ſinus de EFX; & ainſi de ſuite: Donc derechef *ex æquo* la Puiſſance CR eſt à la Puiſſance FP comme le ſinus ACI eſt au ſinus de EFX, ou (parce que les angles infiniment petits ſont comme leurs ſinus) comme l'angle ACI à l'angle EFX, c'eſt à dire que la Nature de la Courbe doit être telle, que *la convexité en chaque point ſoit en raiſon directe, ou le rayon du cercle oſculateur en raiſon réciproque de la preſſion du fluide dans le même point.*

IV.

Mais d'autant que cette preſſion depend de la diverſe maniere, dont on peut concevoir que le fluide agit ſur la matiere flexible, qui en doit être enflée en courbe: Il faut determiner la Loi de la preſſion par la nature du fluide & de ſon action; D'où l'on voit que le probleme en general ſera reduit pour chaque cas particulier à la Geometrie pure:

 quel-

quelques Exemples éclairciront la ſolution generale.

V.

Soit A B H un fil dilaté en Ligne courbe par la vertu d'une matiere également élaſtique, comme par ex. d'air condenſé dans l'eſpace de la figure A H I; qui cherchant à ſe dilater pouſſe le fil en dehors, & cela avec une égale preſſion perpendiculaire dans tous les points de la courbe, à cauſe de l'élaſticité uniforme de l'air: Il faut donc par la ſolution generale que la courbe A B H ait par tout une convexité uniforme, ou le rayon du cercle oſculateur dans tous les points B égal, ce qui eſt viſiblement la nature du cercle: Deſorte que A B H ſera un arc de cercle. C'eſt par cette cauſe qu'on voit que les veſſies d'eau de ſavon s'arrondiſſent en ſpheres par le reſſort de l'air enfermé: C'eſt auſſi par cette cauſe que les fibres muſculaires, quand elles s'enflent prennent la figure de ſpheroide faite par la revolution d'un petit ſegment de cercle, comme je l'expliquai il y a 20. ans dans la Diſſertation *de Motu muſculorum*, mais par le moyen de l'autre methode.

Fig. XVIII.

VI. Pour

VI.

Pour le ſecond exemple ſoit A B H la courbe de la Voile, qui reçoit le vent ſuivant la direction parallele à l'axe I A, & qui le laiſſe écouler ou échapper librement aprés l'impulſion. Dans cette hypotheſe la preſſion perpendiculaire du vent contre chaque petite partie de la voile ſera (par l'art. 1. du Chapit. I.) comme le quarré du ſinus de l'angle d'incidence H B E; nommant donc A F, x; F B, y; A B, t; Et prenant l'élement ou la differentielle de la courbe (dt), qui eſt conſtante, pour le ſinus total; la differentielle de F B (dy) ſera le ſinus de l'angle d'incidence; & ainſi dy^2 marquera la preſſion du vent ſur cet élement de la courbe, laquelle preſſion doit être reciproquement proportionelle au rayon de la developpée $\left(\frac{dydt}{ddx}\right)$: C'eſt pourquoi il faut faire cette analogie, en introduiſant la conſtante a, pour ſuppléer les homogenes, $dy^2 . \frac{ddx}{dydt} :: adt^2 . 1$; ce qui donne $dy^3 = adtddx$.

VII.

Pour reduire cette égalité differentielle du ſecond degré, à une autre du premier

mier degré, je divise chaque membre par dy^3, & puis je les multiplie par dx; ce qui me donnera $dx = \frac{adtdxddx}{dy^3} = \frac{adtdxddx}{dt^2 - dx^2 \sqrt{dt^2 - dx^2}}$, tous deux integrables; car prenant les integrales, il vient $x + b = \frac{adt}{\sqrt{dt^2 - dx^2}} = \frac{adt}{dy}$, ou (faisant $b = a$, pour faire commencer les abscisses avec le commencement de la courbe, ce que je connois par ce que $\frac{adt}{dy}$ devient $= a$ dans le commencement de la courbe) $x + a = \frac{adt}{dy}$, & partant $xx + 2ax + aa = \frac{aadt^2}{dy^2} = \frac{aadx^2 + aady^2}{dy^2} = \frac{aadx^2}{dy^2} + aa$; ôtant de part & d'autre aa, & achevant le reste de la réduction, on aura enfin $dy = \frac{adx}{\sqrt{2ax + xx}}$; ce qui est justement l'équation, que je trouvai autrefois pour la courbe de la chaine: D'où il faut conclurre, que la Voiliere & la Chainette ne sont qu'une même courbe, conformement à la remarque que j'en fis à l'endroit cité du Journal des Sçavants de l'Année 1692.

VIII.

La recherche de la Courbure du linge qui contient une liqueur pesante, me four-

fournira le troisiéme exemple: Soit donc H B A la moitié de cette courbe, H son commencement superieur; H I l'axe horizontal, sur lequel je prens l'abscisse H E $= x$, l'ordonnée E B $= y$; l'arc de la courbe H B $= t$. Or selon les principes de l'Hydrostatique la pression d'une liqueur pesante est toûjours proportionelle à la hauteur verticale, de quelque maniere que soient situées les parties du fond, soit qu'elles soient horizontales ou inclinées; Si bien que la pression, dont l'élement de la courbe dt est poussé perpendiculairement en dehors, doit être estimée $= y\,dt$, ou simplement (parce que dt est constant) $= y$: Il faut donc faire suivant la solution generale comme dans l'exemple précedent en introduisant la constante a pour suppléer les homogenes, $y . \frac{ddx}{dy\,dt} :: \frac{1}{2}aa . 1$; ce qui fait $ydydt = \frac{1}{2}aa\,ddx$; en integrant on trouve $yy\,dt = aa\,dx$; en quarrant on a $y^4\,dt^2\,(y^4\,dx^2 + y^4\,dy^2) = a^4\,dx^2$; donc $y^4\,dy^2 = \overline{a^4 - y^4}\,dx^2$; achevant le reste de la reduction il vient $dx = \frac{yy\,dy}{\sqrt{a^4 - y^4}}$: qui est la même équation que l'on trouve par ma premiere methode, comme on le peut voir de ce que je publiai autrefois

Fig. XVIII.

trefois

trefois ſur cette matiere, ce qui doit confirmer la bonté de l'une & de l'autre de ces methodes.

IX.

Ces trois exemples ſuffiſent pour ſe ſervir de l'application de la ſolution generale dans pluſieurs autres cas particuliers des impreſſions perpendiculaires à la courbe, qui en eſt formée, ſoit que ces cas puiſſent effectivement arriver comme ceux des trois exemples que l'on vient de réſoudre, ſoit qu'ils ne ſubſiſtent que dans l'imagination, comme ſi on concevoit une liqueur dans du linge, qui ne fut pas uniformement peſante, mais dont les parties des differentes profondeurs fuſſent d'une peſanteur ſpecifique plus ou moins grande, ſelon certain rapport donné des profondeurs; ou que la liqueur eût en même temps une vertu élaſtique & de la peſanteur, l'une & l'autre variable ſelon une Loi donnée quelconque. Car de quelque maniere qu'on conçoive que l'action des forces ſoit modifiée, d'autant qu'elle agit toûjours perpendiculairement ſur toutes les parties de la courbe, on voit bien que la ſolution en ſera toûjours compriſe dans la ſolution generale, que j'ai

donnée

donnée pour les pressions perpendiculaires, & que j'ai montré être proportionelles directement aux convexités de la courbe, ou reciproquement aux rayons osculateurs.

X.

Si je ne craignois d'être trop long, je pourrois rendre la solution encore plus generale, en montrant la maniere de determiner la courbure d'un fil qui seroit tiré ou poussé en dehors par une infinité de puissances suivant des directions non seulement perpendiculaires, mais aussi obliques quelconques invariables ou variables. D'où il resulteroit une nouvelle Methode pour la recherche des Chainettes de toutes les especes, qui seroient toutes comprises dans la question generale, comme un cas trés-simple; puisque la direction des petits poids, desquels on conçoit la chaine chargée à de petits interstices égaux, étant par tout parallele à l'axe vertical de la Courbe, en rendroit la solution fort facile. On pourroit aussi determiner les forces des tensions, ou les fermetés requises dans tous les differens endroits du fil ou de la chaine, quelque courbure que le fil ou la chaine prenne

prenne par les puiſſances ou par les poids appliqués dans tous les points. Enfin on réſoudroit avec la même facilité le probleme inverſe ſur cette matiere, qui eſt que la courbe étant donnée, on demande la Loi des puiſſances qui doivent tirer ou pouſſer le fil, ou la Loi des poids dont il faut concevoir que la chaine ſoit chargée, afin qu'elle prenne la forme de la courbe donnée. Mais outre que cela me meneroit trop loin & hors de mon ſujet, j'ai donné aſſez d'ouverture au Lecteur pour achever le reſte par ſes propres lumieres.



LETTRE



LETTRE I.

DE L'AUTEUR

à

Monsieur le Chevalier Renau,

Contenant quelques Remarques sur son nouveau Memoire.

ONSIEUR,

L'Obligeante Lettre que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire du 6. Juin, en m'envoyant Vôtre Mémoire, auroit dû m'engager à Vous répondre d'abord; Mais j'espere que Vous aurez la bonté de me pardonner ce petit délai causé par quelques affaires importantes qui me sont survenuës à l'improvîte.

Quant à la dispute que Vous avez euë il y a vingt ans avec feu Mr. Huguens, il est vrai que j'ai été de Vôtre sentiment sur le recit que feu Mr. le Marquis de l'Hôpital m'en fit alors dans une de ses Lettres, mais sans me rapporter le détail de toutes les raisons alleguées de part & d'autre, excepté quelques-unes des Vôtres, qui me parurent trés-specieuses & même convaincantes; ce qui fit que je me rangeai de Vôtre côté en condamnant le sentiment de Mr. Huguens.

Vôtre Theorie n'étant pas parvenuë alors jusques à moi, je fus contraint d'en demeurer là, sans examiner de plus prés cette matiere, comme je l'aurois fait si j'avois pû trouver ce Livre, pour m'éclaircir par ma propre Lecture de l'état de la question, & pour en pouvoir porter un jugement assûré. Aussi n'y pensois-je plus lors que Mr. de M.... me manda, il y a environ 4. ou 5. mois, que Vous alliez faire imprimer quelque chose de nouveau sur cette Dispute: Cette circonstance rapella mes idées & me donna de nouveau la curiosité de lire Vôtre Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux, pour sçavoir précisement de

quoi

quoi il s'agiſſoit entre Vous & Mr. Huguens : Un ou deux mois aprés, quelqu'un de mes Amis, de qui j'appris par hazard qu'il avoit ce Livre, eut la bonté de me le communiquer : Je le parcourus donc avec avidité & avec beaucoup d'attention : auſſi eus-je le plaiſir d'y trouver de trés-belles choſes, écrites d'un ſtile pur & élegant, & tournées d'une maniere agréable.

Mais Vous me pardonnerez, Monſieur, ſi je me ſers de la liberté que Vous m'avez accordée de porter mon jugement *ſans aucun égard que pour la verité*, pour Vous dire, qu'outre la mépriſe que Mr. Huguens a remarquée touchant la viteſſe du vaiſſeau dans une route oblique, j'en ai découvert encore une autre, qui concerne la determination de l'angle de la dérive, & que Mr. Huguens a paſſée ſous ſilence en y conſentant tacitement, comme je le puis (*) prouver par ſes propres objections. J'avoüe que Vos raiſonnemens dans ces deux endroits ont, comme par tout ailleurs, tout l'air de la verité, enſorte qu'il eſt difficile de ne ſe laiſſer pas entraîner par une grande vraiſemblance qui y regne,

 & qui

(*) On en voit la preuve dans l'art. 6. du Chapitre XI.

& qui Vous en a imposé à Vous-même.

Ma remarque ſur Vôtre maniere de determiner la Dérive, conſiſte en ce que je vois que Vous prétendez pag. 17. & 18. de Vôtre Theorie, que *ſi on ſçavoit le rapport qu'il y a, de la reſiſtance que le Vaiſſeau trouve à fendre l'eau avec ſon côté, à celle qu'il trouve à la fendre avec ſa pointe, on determineroit la ligne de la route du Vaiſſeau*: ce qui ne ſçauroit ſubſiſter, car il s'enſuivroit, que la raiſon de GM à LM, feroit toûjours la même dans un même Vaiſſeau, quelque grand ou quelque petit que fût l'angle GBM, & quelque figure que le Vaiſſeau eût; au lieu que je trouve, que le rapport de GM à LM eſt variable, & qu'il dépend entierement de la figure du Vaiſſeau & de la grandeur de l'angle GBM. Je puis même demontrer que le Vaiſſeau pourroit être d'une telle figure, que non obſtant que la réſiſtance contre le côté fût par exemple mille fois plus grande que celle contre la pointe, l'angle GBM deviendroit neantmoins plus petit que l'angle de la dérive LBM. Cela Vous paroît un paradoxe; cependant j'en ai la demonſtration (†).

Fig.II.

Enfin,

(†) Voyez les art. 8. & 9. du Chap. II.

Enfin, Monſieur, voyant que toute Vôtre Theorie n'étant fondée que ſur les deux principes que Vous ſuppoſez pour la determination de la Dérive & de la Viteſſe, elle tomboit neceſſairement par la deſtruction de ces deux principes, j'ai travaillé à une nouvelle Theorie, mais plus difficile à la verité & denuée de cette ſimplicité qui regne dans la Vôtre: Mais que faire, ſi la matiere Elle-même devient difficile & embaraſſante, quand on la veut traiter ſuivant le veritable ſyſteme? C'eſt ſans doute ce qu'avoit prévû Mr. Huguens, qui ne voulut pas entreprendre de determiner la dérive: j'ai donc travaillé à compoſer un Diſcours ſur ce ſujet, dans le deſſein de l'envoyer à l'Academie Royale des Sciences & de le publier même, ſi Elle l'approuvoit: Je l'aurois auſſi priée de Vous communiquer auparavant mon Manuſcript, perſuadé, Monſieur, ou que je me ſerois acquis Vôtre ſuffrage, ou que Vous auriez ſolidement refuté mes raiſons, ce qui m'auroit porté ou à en hâter la publication, ou à le ſupprimer. Il ne tient qu'à Vous, Monſieur, de me faire connoître Vôtre ſentiment là-deſſus, & ce que Vous ſouhaitez que

je faſſe ; j'aurai l'honneur d'executer Vos Ordres.

A peine venois-je d'achever cet écrit que l'on me rendit fort à propos & dans le temps que j'avois encore l'imagination toute remplie de ces choſes, le Memoire que Vous avez eu la bonté de m'envoyer. L'envie que j'eus de voir la maniere dont Vous répondiez à Mr. Huguens, fit que je le parcourus le même jour, & que je le relus encore le lendemain, afin qu'aucune particularité ne m'échapât.

J'ai d'abord remarqué que Vous conſiderez à préſent la Viteſſe du vent comme comparable à celle du Vaiſſeau, au lieu que Vous l'aviez ſuppoſée dans Vôtre Theorie comme infinie par rapport à la viteſſe du Vaiſſeau, afin de pouvoir s'imaginer que le vent agiſſe conſtamment avec la même force ſur la Voile, ſoit que le Vaiſſeau ſoit en repos, ou qu'il ſe meuve ; ce que Mr. Huguens a auſſi ſuppoſé dans ces piéces, & moi de même dans mon Diſcours. En effet, je crois que nous avions tous trois raiſon de conſiderer le vent comme infiniment rapide, puiſqu'il l'eſt actuellement à un tel point, que la difference de la force

contre

contre la voile du vaiſſeau en repos, & de la force contre la même voile du même vaiſſeau en mouvement doit être inſenſible, & peu digne d'y avoir égard quand on veut conſtruire des regles pour la ſolution des problemes, qui ne ſont déja que trop difficiles ſans les embaraſſer d'avantage par des minuties de peu d'importance, leſquelles cependant rendroient le calcul extrêmement pénible.

Je conjecture que feu mon Frere, qui parla le premier dans les Actes de Leipſic de cette diminution de force ſur la Voile du Vaiſſeau qui fuit le vent, Vous a donné occaſion, d'y faire auſſi préſentement attention, pour expliquer diverſes choſes qui en dépendent, ce que Vous executez admirablement bien, rien n'étant plus beau ni mieux raiſonné par exemple que l'application que Vous faites des principes generaux rapportés au commencement de Vôtre Memoire, & reçûs de tout le monde au mouvement d'un Vaiſſeau: Vos raiſonnemens ſont convaincans, ſolides, & ſuivis depuis l'art. 7. juſqu'au 22. de Vôtre Memoire; Mais étant fort attentif à decouvrir, où pourroit donc être la ſource

ce du different qui Vous ſepare de Mr. Huguens, & de moi, quant à la determination de la Viteſſe du Vaiſſeau mû dans une route oblique à la voile ; je l'ai enfin découverte dans l'art. 24 de Vôtre Memoire : Mais j'avouë que Vôtre raiſonnement a une ſi grande vraiſemblance, que bien des gens s'y tromperoient, & qu'il ſeroit même difficile d'en faire comprendre le paralogiſme à quiconque voudroit s'opiniâtrer à le ſoutenir, ſoit par prévention, ſoit par d'autres motifs : Voici en quoi il conſiſte.

Fig. XXIV.

Vous prétendez, Monſieur, que ſi B K repréſente la viteſſe uniforme, que le Vaiſſeau en B (*) recevroit par le moyen de la premiere voile A B C toute ſeule ſuivant la direction B K ; & ſi B L repréſente la viteſſe du même vaiſſeau en B, qui lui ſeroit imprimée par le moyen de la ſeconde voile D B E toute ſeule ſuivant la direction B L ; Vous prétendez, dis-je, dans vôtre art. 24. que le Vaiſſeau pouſſé par les deux vents tout

(*) Il eſt à remarquer qu'on fait ici & dans la ſuite abſtraction de la figure du Vaiſſeau, & qu'on le conſidere comme ſe pouvant mouvoir de tous côtés avec une égale facilité : Mr. le Chev. Renau le ſuppoſe auſſi dans ſon Memoire.

tout ensemble, ira dans la direction B M, & avec une vitesse exprimée par B M diagonale du parallelogramme L K : Or c'est l'une & l'autre partie de cette proposition que Vous ne prouvez pas par Vôtre raisonnement, quelqu'air de verité qu'il ait : Car je prétens que la diagonale B M n'est ni la direction ni la vitesse du vaisseau B ; c'est ce que je demontre ainsi.

Il faut d'abord remarquer que le vaisseau en B étant consideré comme dans le vuide, ou comme une bille sur un billard poussée tout à coup & à la fois suivant les deux directions B K & B L par deux forces, ou plûtôt par deux chocs, que je suppose être tels, que si chacun choquoit seul sans l'autre, l'un lui imprimeroit une vitesse designée par B K, & l'autre une vitesse designée par B L : Je dis, que dans ce cas le vaisseau ou la bille poussée par ces deux chocs ensemble, prendra effectivement la route & la vitesse designée par B M ; Car n'y ayant ici aucune resistance qui s'oppose au mouvement, il n'y a nulle raison pourquoi chacun des deux chocs n'ait son entier effet ; or les effets de chacun sont les vitesses B K & B L imprimées

mées au corps B ſuivant leurs propres determinations, il faut donc qu'il acquiere la direction & la viteſſe BM, pour ſatisfaire en même temps aux deux cauſes laterales, c'eſt-à-dire, pour conſerver les viteſſes BK & BL dans leurs directions; c'eſt là à peu prés le raiſonnement que Vous faites, & dont je tombe d'accord, quant aux corps mûs dans le vuide, ou dans des milieux non reſiſtans.

Mais il en eſt tout autrement quand le Corps B ſe meut dans une matiere reſiſtante, dont la Reſiſtance continuelle fait, qu'il ne ſuffit pas d'avoir imprimé au vaiſſeau dans un inſtant deux viteſſes laterales BK & BL, pour en compoſer une ſelon la diagonale BM, comme on le conçoit dans les corps qui ſe meuvent dans le vuide, non pas par une impreſſion continuellement appliquée, mais par des chocs faits tout d'un coup: Car la réſiſtance ſe faiſant ſentir continuellement, demande auſſi une force mouvante continuellement appliquée au Corps B pour le ſoutenir dans le mouvement: Or cette réſiſtance externe change de direction à meſure que la Force mouvante en change: Enſorte que

que Vous voyez bien, Monſieur, que quoi qu'il ſoit vrai que le corps B (que je ſuppoſe toûjours avec Vous, fendre l'eau également de tous côtez) trouve ſa réſiſtance ſuivant B K, s'il ſe meut actuellement ſuivant la direction B K, & qu'il trouve ſa reſiſtance ſuivant B L, s'il ſe meut actuellement ſuivant la direction B L; il ne s'enſuit pas, que ces deux reſiſtances laterales ſubſiſtent actuellement ſi le corps B ſe meut ſuivant une troiſiéme ligne, puiſqu'il eſt viſible, qu'il n'y a point d'autre reſiſtance actuelle ou réelle à conſiderer que celle que le corps B trouve directement oppoſée à ſon paſſage ſuivant cette troiſiéme ligne.

Pour faire voir la difference qu'il y auroit entre la reſiſtance actuelle directement oppoſée au mobile de quelque côté qu'il ſe meuve, & les deux reſiſtances actuelles laterales de directions invariables; je produirai deux manieres de concevoir les milieux reſiſtans, dont la premiere convient à tous les fluides uniformement reſiſtans; Et la ſeconde qui n'eſt qu'ideale, ne répond à rien dans la Nature, ce ſera cependant l'Idée ſous laquelle Vous concevez les fluides reſiſtans.

Pre-

Premierement concevons un corps B dans le centre d'une infinité de circonferences concentriques *alf*, *bmg*, *cnh* &c. d'égales distances B*a*, *ab*, *bc* &c. imaginons qu'une certaine matiere qui resiste en simple raison de la vitesse du mobile qui la traverse, occupe ces circonferences, ou qu'elle soit disposée autour de ces circonferences : comme si par exemple toutes ces circonferences étoient autant de filets à rompre par le mobile B poussé du centre vers quelque point de la circonference ; Je vois que dans quelque direction que le corps B se meuve pour se faire jour à travers les filets, il les rencontre toûjours perpendiculairement, si bien qu'il n'a qu'une seule & simple resistance directement opposée à surmonter ; mais la direction de cette resistance est variable, puisqu'il est visible qu'elle se dirige toûjours à être directement opposée à la direction du mouvement du corps B, de quelque côté qu'il aille : Et quoique nous supposions que le corps B soit tout à la fois poussé par deux forces suivant B*e* & suivant B*k*, & forcé ainsi de prendre une route moyenne, on ne pourra pas dire que des deux resistances laterales que le

Fig. XXII.

corps

corps B souffriroit s'il alloit separément dans chacune des directions B*e* & B*k*, il en resultera une resistance moyenne suivant la direction B*p*, puisque cette resistance moyenne est par elle-même simple & directement opposée au mouvement du corps B, comme s'il avoit été poussé immediatement par une troisiéme force suivant la direction B*p*, ensorte que cette resistance moyenne, qui seule est actuelle, ne depend aucunement des resistances laterales, qui ne sont pas actuellement existantes.

Mais 2°. concevons que ces filets disposés en lignes droites paralleles, & dans des intervalles égaux *ak*, *bt*, *cs* &c. doivent être rompus par le corps B mû par une force suivant la direction B*e*; Et que d'autres filets *fu*, *gx*, *hy* &c. aussi également distans & qui croisent les premiers à angles droits soient à rompre par le même corps B, quand il est poussé par une autre force suivant la direction B*k*. Il est clair, que si les deux forces agissent ensemble, & qu'elles fassent par consequent prendre au mobile une route moyenne B*p*, la resistance que le mobile rencontre en forçant obliquement les filets, n'est plus simple & direc-

Fig. XXIII.

directement opposée à la route comme dans le cas précedent, mais elle sera toûjours composée de deux laterales, qui ont toûjours des directions invariables, dont l'une repousse le mobile par exemple de l'Est à l'Oüest, pendant que l'autre agit du Nord au Sud; si bien que ces deux resistances laterales conservent constamment les mêmes directions, & se font ainsi actuellement sentir au corps B, quelque obliquité de route qu'il prenne.

Je n'en dis pas davantage, Monsieur, car je conte que Vous comprendrez à présent sans peine que le raisonnement que Vous faites dans l'art. 24. de Vôtre Memoire auroit lieu, si la resistance de l'eau contre le Vaisseau se faisoit à la maniere de ce second cas; mais comme c'est plûtot au premier cas qu'il faut la comparer, ce que Vous m'accorderez sans doute, il est visible que Vôtre raisonnement ne peut plus subsister, à moins que Vous ne prétendiez contre mon attente, que l'une & l'autre maniere de concevoir les filets resistans produiroit le même effet tant pour la direction que pour la vitesse du corps B poussé à la fois par deux forces suivant les deux di-

rections B*e* & B*k*: Remarquez cependant que dans l'un & l'autre de ces cas je suppose que les filets soient faits de maniere (ce qui est assés difficile à executer) que chacun d'eux resiste à proportion de la Vitesse, avec laquelle le corps B le rencontre perpendiculairement, par ce que de cette maniere la force qui est requise pour conserver une vitesse uniforme au corps B suivant la direction perpendiculaire B*e*, sera comme le quarré de la vitesse, vû qu'elle doit être égale à la resistance totale, laquelle est en raison composée du nombre des filets rompus dans un temps donné & de la resistance de chaque filet, c'est-à-dire que chacune de ces raisons étant égale à celle de la vitesse, composeront ensemble la raison doublée de la vitesse.

Aprés Vous avoir fait voir, Monsieur, en quoi consiste Vôtre meprise touchant la determination de la route & de la vitesse du Vaisseau poussé à la fois par deux vents, dont les directions font ensemble un angle droit, & dont chacun fait son impulsion sur une voile qui lui est perpendiculaire; il est à propos, que je montre la veritable maniere de determiner & la route & la vitesse d'un tel

Vais-

Vaiſſeau pouſſé ainſi par deux forces: Soit donc le Vaiſſeau en B; BK la direction & la viteſſe uniforme qu'il auroit par la ſeule impulſion du vent perpendiculaire ſur la voile ABC; BL la direction & la viteſſe uniforme que le même Vaiſſeau auroit s'il étoit pouſſé ſeulement par le ſecond vent perpendiculaire ſur la voile EBD: Soit BL prolongée en I, enſorte que BI ſoit la troiſiéme proportionelle de BK à BL; Soit achevé le rectangle BIHK; je dis que le vaiſſeau B pouſſé par les deux Vents enſemble, ira non point dans la ligne BM diagonale du rectangle BLMK, ni avec la viteſſe exprimée par BM comme Vous le prétendez, mais ſuivant la direction BH diagonale du parallelogramme BIHK, & avec la viteſſe deſignée par BO moyenne proportionelle entre BH & BK.

Fig. XXIV.

La demonſtration n'en eſt pas difficile, ſi on admet la compoſition des forces, qui eſt le principe fondamental de toute la Statique: Car les forces des deux vents, quand ils agiſſent chacun ſeparément, étant égales aux reſiſtances de l'eau (parce que je ſuppoſe les viteſſes uniformes), & ces reſiſtances étant

comme

comme les quarrés des viteſſes ; il eſt manifeſte, que ſi nous conſiderons maintenant les deux forces agiſſantes enſemble, c'eſt comme ſi le point B étoit continuellement determiné à ſe mouvoir par deux puiſſances ſuivant les directions BK & BL, & que ces puiſſances fuſſent comme les quarrés de BK & de BL, c'eſt à dire comme les lignes BK & BI. D'où il ſuit que la Diagonale BH marquera la direction & la quantité de la puiſſance moyenne, donc la reſiſtance de l'eau que le Vaiſſeau ſouffre dans cette route, étant directement oppoſée & égale à cette troiſiéme puiſſance, il faut que la Viteſſe ſoit exprimée par BO moyenne proportionelle entre BK & BH, puiſque les reſiſtances ſont comme les quarrés des viteſſes, & que BK marque (par l'hypot.) la reſiſtance & la viteſſe que le Vaiſſeau B auroit, ſi le premier vent agiſſoit ſeul. Je conclus de tout ceci, que ſi un troiſiéme vent ſoufflant à contre-ſens ſuivant HB ſur une voile perpendiculaire *aBc* lui imprimoit une force deſignée par HB, comme les forces imprimées aux deux premieres voiles ABC, & EBD ſont deſignées par BK & BI, je conclus, dis-je, que le

 Vaiſ-

Vaiſſeau B demeureroit contrebalancé de tous côtés & ne bougeroit pas, de même que trois puiſſances agiſſant ſur un même point dans les directions & dans les proportions ci-deſſus données, le maintiendroient dans un parfait équilibre conformement au principe de Statique allegué.

Cependant, Monſieur, Vous revoquez en doute ce principe, & Vous le traitez de *tradition paſſée des Anciens Geometres juſqu'à nôtre temps*, puiſque c'eſt de ce principe que Vous parlez dans Vôtre Lettre; Et Vous reconnoiſſez dans l'avertiſſement du Memoire pag. 5. que Mr. Huguens *réduiſit la queſtion à un cas de Statique*, qui eſt juſtement le principe de la compoſition des forces. Mais ſongez Vous, Monſieur, que par-là Vous combattez la verité d'un principe, qui ſert de fondement non ſeulement à la Statique, mais encore à toute la Mechanique. Daignez, Monſieur, daignez de grace y faire un peu plus de reflexion. Si ce que Vous avancez avoit lieu, toute cette Science tomberoit en ruïne, & il n'y auroit plus rien d'aſſûré. La force du Levier tiré obliquement, celle du Plan incliné, generalement l'action de

toutes

toutes les Machines qui y ont rapport, comme la Vis, le Coin &c. enfin tout ce qu'on a écrit jusqu'à present sur l'Equilibre des Forces qui agissent obliquement les unes sur les autres seroit faux, & leur proportion établie sur ce principe ne seroit plus la veritable: Cependant que direz-Vous, Monsieur, si on peut confirmer cette proportion par une infinité d'Experiences? en voici une qui est trés-propre pour le cas en question: A & B sont deux poids égaux attachez aux deux extremités d'une corde ADFEB, qui passe par dessus les deux poulies D & E, que je suppose dans le même niveau: Au point du milieu F est suspendu un troisiéme poids C, qui en descendant fera monter les deux autres, jusqu'à ce que tous trois soient en équilibre: Or quelle proportion y aura-t-il alors entre les poids C & A ou B? La regle commune veut qu'ayant achevé le parallelogramme DFEG, & prolongé CF pour avoir la Diagonale FG le poids A soit au poids C comme DG ou DF à GF, c'est à dire (supposé que DFE soit un angle droit) comme 1 à $\sqrt{2}$. Aussi est-ce que l'Experience verifiera si Vous voulez prendre la peine

Fig. XXV.

 de

de l'essayer : Mais selon Vous le poids A seroit au poids C comme le quarré de DF au quarré de GF, ou comme 1 à 2 : Et ainsi le poids C seroit égal aux deux poids A & B ensemble, ce qui repugneroit manifestement à l'Experience; outre que l'axiome general de Statique seroit détruit, où on suppose, que le commun centre de pesanteur de plusieurs poids agissans les uns sur les autres sera descendu le plus bas, quand tous ces poids se seront mis en équilibre : Car il me sera facile de prouver, que si le poids C est supposé double du poids A ou du poids B, & DFE un angle droit, le commun centre de gravité des trois poids A, B, & C, ne sera pas dans sa plus basse situation au dessous de l'horizon DE, & que par consequent il n'y aura point d'équilibre entre les trois poids A, B & C ; mais si au contraire le poids C est supposé au poids A ou B, comme $\sqrt{2}$ à 1, je demontre aussi facilement, qu'alors le centre de gravité se trouvera le plus bas qu'il est possible, & partant que les trois poids se soutiendront mutuellement en équilibre.

Mais j'apprehende, Monsieur, d'abuser

ſer de Vôtre patience ; je finis donc en Vous priant de me pardonner ſi Vous trouvez que j'ai peut-être eu tort de m'être tant étendu, & de Vous ennuyer par une ſi longue Lettre : mais je Vous prie de conſiderer qu'étant Etranger, je ne connois pas aſſez la langue Françoiſe pour employer les expreſſions les plus courtes & les plus propres à exprimer mes penſées ; cependant quoiqu'elles me manquent, j'en trouverai toûjours ſuffiſamment lorſqu'il s'agira de Vous aſſûrer que je ſuis avec un profond reſpect,

MONSIEUR,

à Basle ce 12. Juillet 1713.

Vôtre trés-humble & trés-obéiſſant Serviteur

J. B.

P. S. Je crois, Monſieur, qu'aprés tout ce que je viens d'écrire dans cette Lettre, il ſera inutile de répondre au long aux trois prétenduës abſurdités, auxquelles Vous dites que conduit le principe de Mr. Huguens ; principe qu'on a employé de tout temps dans la Mechanique & dans la Statique. Il ſuffit que

 j'aver-

j'avertiſſe que la premiere de ces abſurdités pag. 71. de Vôtre Memoire, vient de ce que Vous ajoûtés les viteſſes que le Vaiſſeau auroit par l'impreſſion ſur chaque voile ſeparément, pour avoir la Viteſſe quand les vents concourent, ce qui n'eſt pas permis dans le plein comme dans le vuide par des raiſons ſuſdites.

Fig. XXIV. Car de ce que l'impulſion du vent BK perpendiculaire ſur la voile ABC donneroit au Vaiſſeau (ſi ce vent agiſſoit tout ſeul) la viteſſe (*) BP dans la direction oblique BM (ſuppoſé le Vaiſſeau attaché à une corde infinie dans la direction de la voile *aBc*, qui ſeroit perpendiculaire à BM); Et de ce que l'impulſion perpendiculaire ſur la voile DBE du vent BL s'il agiſſoit ſeul, donneroit au Vaiſſeau dans la même direction BM la viteſſe B*u*; Vous n'êtes pas en droit d'en conclurre pag. 78. que la Viteſſe du Vaiſſeau qui reſulte par le concours des deux

(*) On ſuppoſe ici que BK & BL expriment les Viteſſes que le Vaiſſeau étant libre auroit s'il étoit pouſſé ſeparément par les deux Vents: KN & L*o* ſont perpendiculaires ſur la Diagonale BM: BP eſt moyenne proportionelle entre BK & BN; Et B*u* eſt moyenne proportionelle entre BL & B*o*.

deux Vents ſera $BP + Bu$, & par conſequent plus grande que BM; car Vous ne deviez conclurre autre choſe, ſi non que cette Viteſſe reſultante dans la direction BM ſera $\sqrt{BP^2 + Bu^2}$; puiſque BP & Bu marquant les viteſſes ſéparées, leurs quarrés BP^2 & Bu^2 marqueront les forces avec leſquelles le Vaiſſeau eſt pouſſé par chaque Vent dans la direction BM: Or quand les deux vents concourent, il eſt manifeſte que ces deux forces ſeront jointes enſemble pour pouſſer le Vaiſſeau conjointement ſuivant BM; La force totale ſuivant cette direction ſera donc $BP^2 + Bu^2$, & partant la Viteſſe ſera la racine de cette force, $\sqrt{BP^2 + Bu^2}$; & non point $BP + Bu$: Mais il eſt aiſé de faire voir que $\sqrt{BP^2 + Bu^2}$ eſt plus petit que BM, & qu'ainſi l'apparente contradiction à la premiere partie de Vôtre Demonſtration ceſſe: Car $BP^2 = BK \times BN = LM \times Mo$, & $Bu^2 = BL \times Bo$, donc $BP^2 + Bu^2 = LM \times Mo + BL \times Bo < BM \times Mo + BM \times Bo = BM^2$, donc $BP^2 + Bu^2 < BM^2$, & $\sqrt{BP^2 + Bu^2} < BM$. Vous voyez donc, Monſieur, que l'impreſſion du vent MB perpendiculaire ſur la voile aBc (que l'on ſuppoſe être

capable de donner au Vaiſſeau une viteſſe exprimée par MB, ſi ce vent ſouffloit tout ſeul ſur la voile *aBc*) doit l'emporter dans Vôtre ſeconde ſuppoſition auſſi-bien que dans la premiere ſur l'impreſſion qui réſulte du concours des deux vents BK & BL, qui pouſſent perpendiculairement, le premier la voile ABC, & le ſecond la voile DBE, & faire mouvoir le Vaiſſeau de B vers *m*.

Pour ce qui eſt des deux autres abſurdités rapportées dans les articles 35. & 38. de Votre Memoire: Vous les prenez pour telles, mais ce ne ſont pas des abſurdités dans mon opinion; Car en ſuppoſant la viteſſe du vent comme finie & comparable à celle du Vaiſſeau, il ne me paroît pas abſurde ni impoſſible (†) que la Viteſſe oblique d'un vaiſſeau retenu par une corde infinie devienne plus grande que la Viteſſe oblique du Vent, & même plus grande que la directe: mais cela n'arrive pas quand on ſuppoſe la viteſſe du vent incomparablement plus grande que celle du Vaiſſeau dans la même direction.

Le

(†) La poſſibilité de ce paradoxe ſe prouvera par la conſtruction que l'on donne à la fin de ce Poſt-ſcriptum.

Le reſte des inconveniens dont Vous faites mention dans l'art. 36. ſe diſſipe d'abord, ſi Vous prenez la peine de conſiderer, que c'eſt à tort que Vous ſuppoſez ici un équilibre entre la ſomme des efforts des deux vents BK, BL ſur les deux voiles ABC, DBE, & l'effort du troiſiéme vent MB ſur la troiſiéme voile *aBc*: Car je Vous ai déja montré que de la maniere que Vous concevez la diſpoſition des voiles, & les vents, le troiſiéme le doit emporter ſur les deux autres; Et que pour faire que ces trois voiles ſoient en équilibre entre elles, il faut diſpoſer la troiſiéme, enſorte qu'elle ſoit perpendiculaire non pas à la diagonale BM, mais à l'autre diagonale BH, & le troiſiéme vent doit être dans la direction HB & non pas MB, & ſa force doit être telle, que la viteſſe, qu'il imprimeroit au vaiſſeau s'il agiſſoit ſeul ſans le concours des autres, fût OB ou la moyenne proportionelle entre HB & KB, que l'on trouvera être plus petite que MB: Si bien que ni la direction ni la force de ce troiſiéme vent, qui doit contrebalancer les deux premiers, ne répondent à celles que Vous determinez dans l'art. 32.

Fig. XXIV.

Avant que de finir, voici une ſolution generale, que j'ai trouvée du probleme, où on demande la viteſſe oblique d'un Vaiſſeau retenu par une corde infinie dans le cas de la viteſſe du vent finie & en raiſon donnée à la viteſſe que le vaiſſeau, s'il n'étoit point retenu par la corde, auroit dans la direction du vent: Soit donc le Vaiſſeau en B pouſſé par le vent BM, lequel je ſuppoſe qu'il donneroit au vaiſſeau, s'il étoit libre, la viteſſe BM dans la route directe du vent BM: Soit auſſi BQ la viteſſe abſoluë du vent: Que l'on prenne une route oblique BK quelconque, dans laquelle le Vaiſſeau ſoit obligé de ſe mouvoir par la corde infinie BZ perpendiculaire à la direction BK; Tirez MK perpendiculaire, & MR parallele à BK, tirez auſſi QRC & MH perpendiculaires à BQ: Soit MV moyenne proportionelle entre MQ & MR; Elevez ſur MV la perpendiculaire VT, qui rencontre BQ prolongé en T: joignez les deux points T & H par la droite TH, & tirez lui la parallele QS. Je dis que BS ſera la viteſſe du vaiſſeau, lorſqu'il eſt obligé par la corde infinie BZ de ſe mouvoir dans la route oblique BK: Ou ſi on aime

Fig. XXVI.

mieux

mieux une expreſſion algebraïque ; ſoit $BM = a$, $BQ = b$, $MQ\ (b - a) = c$, $BS = x$; ſoit auſſi $BK . BM :: 1 . n$; Je dis que la Viteſſe oblique du Vaiſſeau, ou x ſera $= \frac{nab}{a + cn\sqrt{n}}$. Je n'en mets pas ici la preuve.

Pour contenter le Lecteur je veux bien ajoûter à cette Lettre mon Analyſe, qui lui tiendra lieu de Demonſtration : Gardant donc les mêmes Lettres & aprés avoir tiré SP perpendiculaire ſur BQ, il eſt clair que $BS\ (x)$ que l'on ſuppoſe pour la Viteſſe du vaiſſeau dans la direction oblique BH, donne $BP\ (\frac{x}{n})$ pour la viteſſe avec laquelle le Vaiſſeau fuit le vent dans ſa direction BQ ; ainſi ôtant BP de BQ on aura $PQ\ (b - \frac{x}{n})$ pour la viteſſe relative du vent, avec laquelle il vient heurter contre la Voile du Vaiſſeau. Or les forces du vent ſur la voile étant en raiſon des quarrés de ſes viteſſes relatives, & auſſi égales aux réſiſtances de l'eau contre le Vaiſſeau s'il alloit librement dans la direction du vent, à cauſe de l'égalité entre les actions & les reactions ; il faut faire une analogie entre les forces du vent & les reſiſtan-

reſiſtances de l'eau qui leur ſont égales en cette maniere : Comme la force du vent exprimée par MQ^2 (cc) quarré de ſa viteſſe relative eſt à ſa reaction, c'eſt à dire à la réſiſtance de l'eau exprimée par BM^2 (aa) quarré de la Viteſſe du vaiſſeau ; ainſi eſt une autre force du vent exprimée par PQ^2 ($\overline{b-\frac{x}{n}}|^2$) quarré de ſa viteſſe relative à $\frac{aa}{cc} \times \overline{b-\frac{x}{n}}|^2$, qui ſeroit la reaction ou la reſiſtance de l'eau ſi le vaiſſeau étoit libre & qu'il fût pouſſé par un vent dont la viteſſe relative fût exprimée par PQ ($b-\frac{x}{n}$). C'eſt pourquoi faiſant en vertu de la decompoſition des forces, comme BK à BM c'eſt à dire comme n à 1, ainſi la réſiſtance $\frac{aa}{cc} \times \overline{b-\frac{x}{n}}|^2$ contre le vaiſſeau libre dans la direction BM, à la réſiſtance xx contre le vaiſſeau retenu par la corde dans la direction oblique BK ; on aura cette égalité $\frac{aa}{ncc} \times \overline{b-\frac{x}{n}}|^2 = xx$, ou, en prenant les racines, celle-ci $\frac{a}{c\sqrt{n}} \times \overline{b-\frac{x}{n}} = x$; par la reduction de laquelle on trouve

$x =$

$x = \frac{nab}{a + cn\sqrt{n}}$. Ce qu'il falloit trouver.

Si nous ſuppoſons la Viteſſe du vent incomparablement plus grande que celle du vaiſſeau, c'eſt à dire que b ſoit comme infinie par rapport à a; ce ſera le cas de Mr. Huguens, dont nous avons amplement traité dans le Chap. V. Car c devient égal à b, & ainſi l'équation $x = \frac{nab}{a + cn\sqrt{n}}$ ſe change en celle-ci $x = \frac{nab}{o + bn\sqrt{n}} = \frac{a}{\sqrt{n}}$ = à la moyenne proportionelle entre BM & BK; ce qui eſt conforme aux art. 2. & 5. du Chapitre V.

Mais ſi l'on ſuppoſe la Viteſſe du vent comme égale à celle du vaiſſeau, ce qui arriveroit ſi la réſiſtance de l'eau ſe trouvoit inſenſible par le peu de priſe qu'elle auroit ſur le Vaiſſeau par rapport à celle que le vent auroit ſur la voile qui ſeroit fort large ou d'une grande étenduë: alors il eſt manifeſte, que le Vaiſſeau ne faiſant aucune réſiſtance par lui-même, ſeroit emporté avec toute la viteſſe du vent, & par conſequent quelque route qu'il fût obligé de prendre par le moyen de la corde BZ, il fuiroit toûjours le vent avec la viteſſe totale BQ

pour

pour ne point faire d'obſtacle à la courſe du vent ; ſi bien que BS qui marque la viteſſe du vaiſſeau dans la route oblique deviendroit égale à toute l'hypotenuſe BC du triangle rectangle BQC, & partant plus grande que le côté BQ, qui deſigne la viteſſe abſoluë ou totale du vent : en effet cela eſt conforme à nôtre formule generale ; car b devient $= a$, & $c = o$; donc $x = \frac{naa}{a + on\sqrt{n}} = na$ $= BC$. Ce que je voulois demontrer pour ſauver la verité du paradoxe que Mr. le Chevalier Renau regardoit comme une choſe impoſſible & abſurde.



RE'PON-



REPONSE
DE
Monsieur le Chevalier Renau à L'Auteur,

Contenant des instances & des difficultés reiterées.



ONSIEUR,

J'Ai reçû la Lettre que Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, & je ne sçaurois trop Vous remercier, de la bonté que Vous avez euë, de vouloir bien examiner le Memoire, que j'ai pris la liberté de Vous envoyer, & de m'avoir fait part des remarques que Vous y avez faites. Vous vous expliquez si clairement, & d'une

d'une maniere si concise, qu'il me sera aisé de revenir de mes erreurs, en cas que je me sois trompé, mon dessein n'étant que de connoître la verité, & de la suivre, au dépend même de mon opinion, étant persuadé, que l'on ne gaigne jamais tant, que lors que l'on sort de quelque prévention, dans laquelle on étoit malheureusement engagé, & que l'on est bien obligé aux personnes qui veulent bien nous redresser. Je Vous supplie donc trés-humblement, Monsieur, de vouloir bien me lever les difficultés, que j'ai, sur Vôtre maniere de determiner la route & la vitesse du Vaisseau, lors qu'il est poussé à la fois, par deux vents qui donnent perpendiculairement sur deux voiles, qui sont à angles droits l'une à l'autre, & par consequent la direction de l'un des vents perpendiculaire à la direction de l'autre.

Fig. XXIV. Voici, Monsieur, ce que Vous dites: *Soit donc le Vaisseau en B, BK la direction & la vitesse uniforme qu'il auroit par la seule impulsion du vent perpendiculaire sur la voile ABC; BL la direction & la vitesse uniforme que le même Vaisseau auroit s'il étoit poussé seulement par le second vent perpendiculaire sur la voile DBE: Soit BL prolongée en I, ensor-*

enſorte que B I ſoit la troiſiéme proportionelle de B K à B L; Soit achevé le rectangle B I H K; je dis que le Vaiſſeau B pouſſé par les deux vents enſemble, ira non point dans la ligne B M diagonale du rectangle B L M K, ni avec la viteſſe exprimée par B M, comme Vous le prétendez, mais ſuivant la direction B H diagonale du parallelogramme B I H K, & avec la viteſſe deſignée par B O, moyenne proportionelle entre B H & B K.

Et Vous dites, Monſieur, que la demonſtration n'en eſt pas difficile, ſi on admet la compoſition des forces, qui eſt le principe fondamental de toute la Statique. J'en conviens avec Vous, Monſieur, ſuppoſé que l'on puiſſe admettre ce principe dans le cas dont il s'agit. Mais voici les difficultés, qu'il me ſemble qui ſe préſentent contre Vôtre regle.

Le Vaiſſeau allant donc ſuivant B H avec la viteſſe B O, ſa viteſſe ſuivant B L ſera B*q*, & ſuivant B K ſera B*p* ſuppoſant O*q* perpendiculaire à B I, & O*p* perpendiculaire à B K. Or B O, B*q* & B*p* ſont entr'elles comme B H, B I & B K, qui repréſentent par Vôtre hypotheſe les forces qui pouſſent le Vaiſſeau dans ces directions; donc les viteſſes unifor-

 mes

mes ſeroient entr'elles comme les forces, ou ce qui eſt la même choſe, les viteſſes uniformes dans un milieu qui reſiſte, ſeroient entr'elles comme les reſiſtances, car les reſiſtances ſont comme les forces ; Ce qui ſeroit abſurde, parce que les reſiſtances ſont toûjours comme les quarrés des viteſſes, comme vous en convenez Vous-même Monſieur.

Vous direz à cela, qu'il ne s'agit pas ici de comparer les reſiſtances laterales qui ne ſont qu'ideales, & rien en effet, (ce que nous examinerons ci-aprés) & qu'il ne faut avoir égard qu'à la reſiſtance directe BO qui eſt la ſeule réelle, j'y conſens ſi l'on veut.

Pour en avoir une autre auſſi directe à lui comparer; ſoit ſuppoſé que la force qui pouſſe le Vaiſſeau ſuivant BK ſoit double de la force deſignée par BK, & que la force qui pouſſe le Vaiſſeau ſuivant BI ſoit auſſi double de la force deſignée par BI; prolongeant BK en R enſorte que BR ſoit double de BK, & BI en S, enſorte que BS ſoit double de BI; BR deſignera la nouvelle force avec laquelle le Vaiſſeau ſera pouſſé ſuivant BK; & BS deſignera celle avec laquelle il ſera pouſſé ſuivant BI: Et par Vô-

tre

tre regle, Monſieur, le Vaiſſeau pouſſé par ces deux forces à la fois, doit aller ſuivant la direction BT diagonale du parallelogramme BSTR avec la viteſſe BX moyenne proportionelle entre BT & BR; Mais comme BT n'eſt que BH prolongée en T, à cauſe des rectangles ſemblables, BH . BT :: BO . BX, c'eſt à dire, la force BH à la force BT comme la viteſſe BO à la viteſſe BX, c'eſt à dire que les viteſſes directes du Vaiſſeau ſeroient entr'elles comme les forces qui pouſſent le Vaiſſeau, ce qui ſeroit abſurde, car ces viteſſes ſont toûjours comme les racines des forces, ou ce qui revient au même, comme les racines des reſiſtances; Voïlà d'abord, Monſieur, une abſurdité qui ſuit neceſſairement de Vôtre regle.

En voici ce me ſemble une autre; Vôtre force moyenne deſignée par BH étant moindre que la ſomme des deux forces qui la compoſent, ſçavoir la ſomme des forces deſignées par BK & BI; il faudroit neceſſairement, qu'il y eût pour cela, de la force de détruite dans les deux forces compoſantes, ce qui ne peut pas être, la direction de la force BK étant perpendiculaire à la direction

 de

de la force BI, & on n'aura pas de peine à en convenir si on fait reflexion, qu'il n'y a point de force sans vitesse; or la force BK n'a point de vitesse contre la force BI, ni BI contre BK; d'où il suit que ces deux forces ne se peuvent rien détruire l'une à l'autre.

Supposons une force produite par le mouvement d'un corps qui va du Nord au Sud, & une autre force produite par le mouvement d'un corps qui va de l'Est à l'Oüest, comme dans le mouvement du Nord au Sud, il n'y a nulle vitesse de l'Oüest à l'Est, la force du Nord au Sud n'employe aucune partie de sa force contre la force de l'Est à l'Oüest, car là où il n'y a point de vitesse contraire, il n'y a nulle force contraire; de même la force de l'Est à l'Oüest ne détruit rien de la force du Nord au Sud; d'où il suit, que si deux forces perpendiculaires l'une à l'autre, agissoient en même temps sur un corps de toute leur force, ce corps sera poussé par une route moyenne avec une force qui sera égale à la somme des deux forces composantes; ce que l'on va encore prouver par un autre exemple.

Supposons, que le Vaisseau en B soit poussé

poussé par le plus grand vent que l'on puisse imaginer, dont la direction soit suivant BF & qui donne perpendiculairement sur la voile DBE; le Vaisseau décrira par sa route la ligne droite BF, parce qu'il sera également pressé de deux côtés de cette ligne; mais si dans sa marche, il venoit à être plus pressé de la droite de cette ligne à la gauche, que de la gauche à la droite, à l'instant il se détourneroit & iroit vers la gauche, & il ne décriroit plus la ligne BF par la raison qu'un corps va toûjours du côte vers lequel il est plus poussé ou plus pressé.

Supposons donc que le Vaisseau étant poussé par ce grand vent BF, & décrivant par son mouvement uniforme, la ligne droite BF, il lui survienne le plus petit vent que l'on puisse imaginer, & que sa direction soit suivant BG perpendiculaire à BF, donnant perpendiculairement sur la voile ABC, qui est à angle droit avec la voile DBE; la vitesse du vaisseau quelle qu'elle puisse être suivant BF n'empêchera pas, que le vent BG ne donne toûjours sur la voile ABC avec une même vitesse, & ne pousse le Vaisseau suivant BG avec la même for-

ce, que si le Vaisseau ne se mouvoit point suivant BF, parce que le vent allant par tout parallelement à lui-même, il rencontrera la voile ABC par tout où elle sera, toûjours de la même maniere, c'est à dire, toûjours perpendiculairement, & avec la même vitesse, puisque le Vaisseau, par son mouvement suivant BF, ne fuit en aucune maniere ce vent, ni ne va au-devant de lui; par consequent le Vaisseau, qui étoit également pressé des deux côtés de la ligne BF, dans le temps qu'il décrivoit la ligne BF; Ce vent BG si petit qu'il puisse être survenant, & poussant le Vaisseau suivant BG, le Vaisseau sera alors plus poussé de B vers G, qu'il ne sera pressé de G vers B; ainsi le côté de G doit necessairement ceder, & le Vaisseau se mouvoir de ce côté-là, augmentant de vitesse, jusqu'à ce que la resistance de l'eau en sens contraire soit égale à la force du vent BG sur la voile ABC, aprés quoi il continuera à aller suivant BG d'un mouvement uniforme. Voilà donc la plus grande force que l'on puisse imaginer suivant BF, qui ne détruit point la plus petite force que l'on puisse imaginer suivant BG, qui lui est perpendiculai-

culaire, puiſque cette derniere fait ſon effet malgré l'autre; d'où il me paroît que l'on peut conclurre, que les forces dont les directions ſont perpendiculaires, ne ſe détruiſent en rien, & que ſi elles agiſſent ſur un corps, qui donne lieu par ſa réſiſtance, que chacune d'elle agiſſe de toute ſa force, ce corps ſera pouſſé par une force qui ſera égale à la ſomme des deux.

On verra encore les mêmes verités, ſi on les conſidere, par les reſiſtances que le Vaiſſeau trouve à fendre l'eau, parce qu'elles doivent être égales aux forces qui pouſſent le Vaiſſeau.

Suppoſons que le Vaiſſeau aille ſuivant BH avec la viteſſe BO, il va en même temps ſuivant BI avec la viteſſe B*q*, & ſuivant BK avec la viteſſe B*p*; ainſi la viteſſe BO ſuivant BH forme ces deux dernieres viteſſes, & reciproquement ces deux dernieres viteſſes, ſçavoir la viteſſe B*p* ſuivant BK, & la viteſſe B*q* ſuivant BI, forment neceſſairement la viteſſe BO ſuivant BH; Or les reſiſtances ſont comme les quarrés des viteſſes, donc le Vaiſſeau allant ſuivant BH avec la viteſſe BO, trouve une reſiſtance ſuivant BK comme le

quarré de Bp, & ſuivant BI une comme le quarré de Bq; Ce qui doit être auſſi neceſſairement, puiſque dans le mouvement du Vaiſſeau ſuivant BH avec la viteſſe BO, le vent BG continue à donner perpendiculairement ſur la voile ABC, avec la même viteſſe & la même force qu'il donneroit, ſi le Vaiſſeau ne ſe mouvoit que ſuivant BK avec la viteſſe Bp, & trouve auſſi par conſequent la même reſiſtance en ſens contraire, c'eſt à dire une reſiſtance comme le quarré de Bp; le vent BF donne auſſi perpendiculairement ſur la voile DBE, avec la même viteſſe & la même force qu'il donneroit ſi le Vaiſſeau n'alloit que ſuivant BI avec la viteſſe Bq; car ſans cette reſiſtance qui eſt réelle, le vent BF pouſſant continuellement le Vaiſſeau ſuivant BF, le feroit aller à la fin de ce côté-là auſſi vîte que le vent va lui-même; d'où il ſuit, que de même que la viteſſe Bq ſuivant BI, & la viteſſe Bp ſuivant BK forment neceſſairement la viteſſe BO ſuivant BH; les reſiſtances de ces viteſſes, c'eſt à dire la reſiſtance de la viteſſe Bp qui eſt comme Bp^2, & la reſiſtance de la viteſſe Bq, qui eſt comme Bq^2, compoſeront & formeront neceſſai-

ceſſairement la reſiſtance de la viteſſe BO ſuivant BH qui eſt comme BO^2; & reciproquement la reſiſtance de la viteſſe BO ſuivant BH, forme neceſſairement les deux autres; Et comme dans le mouvement uniforme, il faut neceſſairement que les forces qui pouſſent le Vaiſſeau ſoient égales aux reſiſtances en ſens contraire, il eſt évident que la force avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant BO qui eſt comme BO^2, eſt égale à la force avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant B*p* qui eſt comme Bp^2, plus à la force avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant B*q* qui eſt comme Bq^2; Et l'on trouve auſſi que $BO^2 = Bp^2 + Bq^2$.

Toutes ces verités me paroiſſent ſi liées les unes aux autres, & je les crois voir ſi clairement, & ſi diſtinctement, que je ſerai l'homme du monde le plus ſurpris, Monſieur, auſſi-bien que d'autres Perſonnes incomparablement plus éclairées que moi, ſi l'on peut demontrer avec évidence le contraire; Juſqu'à cette heure on ne m'a objecté que le principe de Statique, duquel Vous me parlez auſſi Monſieur; Mais je ne trou-

ve pas que ce principe faſſe rien à mon affaire. Voici pourquoi.

Fig. XXV. Dans l'exemple de Statique que Vous me donnez, Monſieur, des trois poids en équilibre, comme on ſuppoſe que le poids C tirant ſuivant GF perpendiculairement à l'horizon, il tire en même temps obliquement ſuivant EF & ſuivant DF, & que c'eſt une même maſſe C, qui tire en même temps ſuivant ces trois directions, les forces avec leſquelles il tirera ſuivant ces trois directions, ſeront comme les viteſſes avec leſquelles il tendra auſſi à ſe mouvoir ſuivant ces trois directions, c'eſt-à-dire, comme les trois lignes GF, EF & DF; parce que la force étant le produit de la maſſe par la viteſſe, ici la maſſe étant toûjours la même, les forces ſeront comme les viteſſes. Ce qui eſt bien different du cas dont il s'agit, car la force du vent BF qui donne perpendiculairement ſur la voile DBE, & avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant BF, eſt le produit d'une maſſe & d'une viteſſe differente, de la maſſe & de la viteſſe qui produiſent la force du vent BG, qui donne perpendiculairement ſur la voile ABC, & qui pouſſe le Vaiſſeau

Fig. XXIV.

ſuivant

ſuivant B G ; Ces maſſes ſont toûjours comme les viteſſes, c'eſt ce qui fait que les forces ſont toûjours comme les quarrés des viteſſes, & ne peuvent par conſequent jamais être comme les viteſſes ; au lieu que dans l'exemple de Statique ſuppoſant que c'eſt la même maſſe qui tire en tous ſens ; il eſt neceſſaire que les forces ſoient comme les viteſſes avec leſquelles cette même maſſe tend à ſe mouvoir, ce qui fait que la regle de Statique pour la compoſition des mouvemens ne peut pas être admiſe dans le cas du Vaiſſeau pouſſé par deux vents, dont la direction eſt perpendiculaire l'une à l'autre, & qui donnent perpendiculairement ſur deux Voiles ; à moins que Vous ne regardiez la force intrinſeque du Vaiſſeau, c'eſt à dire une force que le Vaiſſeau auroit reçûë en ſoi, & avec laquelle il agiroit, de même que le poids C agit par ſa peſanteur, & qu'enſuite Vous ne raiſonniez ainſi ; Le Vaiſſeau agit en tous ſens avec ſa maſſe qui eſt toûjours la même, ainſi la force avec laquelle il agira en tous ſens, ſera comme la viteſſe avec laquelle il ira. Mais il me paroît trés-clairement & trés-diſtinctement qu'il y auroit en cela une fort

Fig. XXV.

fort grande équivoque, comme je le vas faire voir.

Fig. XXIV. Le Vaiſſeau étant pouſsé par le vent BF, qui donne perpendiculairement ſur la voile DBE, doit aller de plus en plus ſuivant BF, juſqu'à ce que la reſiſtance qu'il trouvera en ſens contraire, ſoit préciſement égale à la force du vent ſur la Voile, aprés quoi il doit continuer avec la viteſse qu'il aura alors, ne pouvant plus rien y avoir qui puiſse augmenter ni diminuer cette viteſse, par la raiſon que la force avec laquelle le vent pouſſe continuellement le Vaiſseau, & qu'il l'entretient dans ſon mouvement uniforme, fait naître neceſsairement une reſiſtance en ſens contraire de la part de l'eau, qui lui eſt toûjours égale; ce qui fait que le Vaiſseau ſe trouve enſuite continuellement en équilibre entre la force du vent qui le pouſse d'une part, & la reſiſtance de l'eau qui le repouſse de l'autre, & qu'il doit aller dans cet état, quoique dans un milieu qui reſiſte, comme s'il ſe mouvoit dans le vuide; Et en tout cela la force intrinſeque du Vaiſſeau n'y entre pour rien, & n'agit contre rien le Vaiſseau allant comme il feroit dans le vuide. Le vent BG donnant

nant auſſi perpendiculairement ſur la voile A B C, ni plus ni moins que ſi le Vaiſſeau n'alloit point ſuivant B F, comme on le vient de faire voir ci-devant, fera auſſi aller le Vaiſseau de plus en plus ſuivant B K, juſqu'à-ce que la reſiſtance en ſens contraire ſoit égale à la force du vent ſur la voile, & ira enſuite ſuivant B K avec une viteſse uniforme, & comme s'il alloit dans le vuide; Voilà donc le Vaiſseau, qui va en même temps ſuivant B F & ſuivant B K, comme s'il alloit dans le vuide, c'eſt-à-dire, comme s'il n'étoit plus pouſsé ni arrêté par rien. D'où on peut conclurre certainement ce me ſemble :

1°. Que le Vaiſſeau ira ſuivant & avec la viteſſe exprimée par la diagonale d'un parallelogramme, qui a pour l'un de ſes côtés la ligne qui exprime la viteſſe que le Vaiſſeau a ſuivant B F, & pour l'autre la ligne qui exprime ſa viteſſe ſuivant B K, puiſque par toute autre route, & avec toute autre viteſſe, il ne ſatisferoit point à ces deux viteſſes indiſpenſables; de maniere que ſi la viteſſe uniforme du Vaiſſeau ſuivant BF, eſt exprimée par B L & ſuivant B K par BK, il doit neceſſairement aller par B M quoi-

quoique dans un milieu qui resiste avec la Vitesse exprimée par BM diagonale du parallelogramme BLMK, comme s'il alloit dans le vuide, avec cette difference cependant, que dans le vuide il iroit aussi vîte que le vent, & qu'ici il ne va qu'avec la vitesse qui est necessaire pour rendre la resistance que le Vaisseau trouve à fendre l'eau, égale à la force du vent sur la voile, ce qui fait qu'il va comme s'il alloit dans le vuide, comme s'il n'y avoit rien qui resistât à son mouvement.

2°. Que la force avec laquelle ces deux vents poussent le Vaisseau suivant BM étant égale à la resistance de l'eau qui est égale à BM^2, elle sera égale à la somme des deux forces des deux vents, parce que $BM^2 = BL^2 + BK^2$, qui sont les forces des deux vents.

3°. Que la resistance suivant la diagonale BM est égale à la somme des deux resistances laterales.

4°. Que la force intrinseque du Vaisseau n'agit contre rien & ne fait rien pour determiner les vitesses ni les routes du Vaisseau.

Ainsi

Ainſi je ne vois pas ce que le principe de Statique, que l'on m'oppoſe, fait à mon affaire, dans laquelle je ne ſuppoſe que deux principes, dont tout le monde convient, ſçavoir, que les forces des fluides ſont comme les quarrés de leurs viteſſes, pour l'un; & l'autre, que tout corps ſe meut toûjours du côté vers lequel il eſt plus pouſsé, même dans l'eau, ſuppoſant comme Vous, Monſieur, que l'eau s'oppoſe ſuivant Vôtre premiere maniere que Vous expliquez par des fils diſpoſez ſuivant des cercles concentriques; Et je ne crois pas que dans tous mes raiſonnemens on puiſſe me citer rien qui ne ſoit tiré directement & conſequemment de ces principes, & que le tout ſoit une ſuite neceſsaire; ſi cela n'eſt pas, je Vous ſupplierai de m'en marquer les endroits.

Je ne ſerai cependant bien ſatisfait, Monſieur, que lors que je n'aurai plus contre moi une Authorité auſſi grande qu'eſt la Vôtre dans mon eſprit; Et parce qu'auſſi on ne peut pas être avec

avec plus d'estime & de respect que je suis,

MONSIEUR,

à Paris le 15. 7bre 1713.

Vôtre trés-humble & trés-obéissant Serviteur

RENAU.

J'aurai l'honneur de Vous écrire, Monsieur, sur les autres endroits de Votre Lettre qui regardent mon Memoire, comptant que Vous ne trouvez pas mauvais que l'on cherche à s'instruire & à voir clair.



LETTRE



LETTRE II.

DE L'AUTEUR

à

Monsieur le Chevalier Renau,

Contenant une ample Solution des instances & des difficultés faites dans la Réponse précedente.

ONSIEUR,

SI pour complaire à une Personne que l'on estime, il étoit permis d'embrasser aveuglément son opinion bien - ou mal - fondée, je Vous proteste que je serois l'homme du monde le plus porté à Vous sacrifier mes lumieres & à acquiescer, s'il m'étoit possible, à la vraisem-

ſemblance de Vos raiſonnemens, tant ils ſont aſſaiſonnez d'honnêtetés & d'expreſſions engageantes. Mais je ſçai que ce que Vous exigez de moi, n'eſt pas une complaiſance aveugle; Les Mathematiciens ne ſe payent pas de complimens, ils veulent des raiſons & des raiſons ſolides; Il faut convaincre ou être convaincu, il n'y a point de milieu. Vous me marquez, Monſieur, que Vous ne ſerez ſatisfait, que lorſque Vous n'aurez plus contre Vous mon autorité, ce ſont les ſentimens où je ſuis à l'égard de la Vôtre: Cependant comme dans les Mathematiques l'autorité n'eſt contée pour rien, à moins qu'elle ne ſoit elle-même appuyée ſur de fortes preuves; tâchons de nous en donner mutuellement, juſqu'à-ce que l'évidence de la verité ait diſſipé l'erreur de quelque côté qu'elle ſe trouve: Ce n'eſt pas que je ne ſois déja convaincu par la force de mes demonſtrations que l'erreur n'eſt pas de mon côté, auſſi ce que j'en dis, Monſieur, n'eſt que pour Vous faire voir combien je ſerois diſpoſé à deferer à Vos raiſonnemens ſi le moindre doute troubloit l'évidence de mes preuves.

J'avoüe, Monſieur, que ce n'eſt pas ſans

ſans raiſon que Vous êtes prévenu en faveur de Vôtre Theorie; elle eſt ſi ſimple & ſi commode, & l'on en tireroit un ſi grand avantage pour la Navigation, que c'eſt en verité dommage, qu'elle ſoit moins fondée ſur la verité que ſur la vraiſemblance. Je ſçai de plus, Monſieur, que la charge importante que Vous occupez & que Vous rempliſſez ſi dignement, Vous a engagé à faire part au public de Vôtre Theorie; elle a même été publiée par un Ordre exprés de Sa Majeſté: Cet Ouvrage a été reçû avec applaudiſſement par les Sçavans; Et la plûpart d'entre Eux, qui ne l'ont pas examiné avec aſſez de ſoin, ſe ſont laiſſé entrainer à la voix publique & ont été frappez de l'éclat de Vos Demonſtrations. Le moyen donc d'abandonner legerement une Theorie ſi bien inventée? Pour moi, Monſieur, rien de ſemblable ne m'engage à défendre mon ſentiment avec opiniâtreté: La Theorie que je propoſe eſt trés-difficile & trés-compliquée, elle n'a point l'attrait charmant de la ſimplicité, & aucune raiſon d'interêt ou de reputation ne m'oblige à la ſoûtenir, n'ayant encore rien publié ſur cette matiere; au contraire, ſur le

 rap-

rapport imparfait & confus qu'on m'avoit fait de Votre dispute avec Mr. Huguens, je m'étois au commencement declaré en Vôtre faveur, ensorte que si j'embrasse aujourd'hui un sentiment opposé au Vôtre, Vous devez être persuadé, que c'est le seul interêt de la verité qui m'y a porté; ce qui doit naturellement faire présumer, que je ne me suis rendu qu'à des preuves incontestables. Je souhaiterois seulement de pouvoir Vous developper cette verité avec autant d'évidence que je la conçois. Pour cet effet, Monsieur, je Vous supplie de vouloir bien m'accorder une attention désinteressée & dépouillée de tous préjugés. Je tâcherai premierement, de lever Vos difficultés sur ma Regle de determiner la Route & la Vitesse d'un Vaisseau; ensuite je demontrerai cette même Regle par le principe ordinaire de Statique fondé sur la composition des forces.

Fig. XXIV.

Pour ce qui est de Vos difficultés, voici en quoi elles consistent: Selon ma Regle, je prétendois, & je prétens encore que si BK marque la direction & la vitesse uniforme qu'auroit le Vaisseau par la seule impulsion du vent perpendicu-

diculaire ſur la voile ABC; & BL la direction & la viteſſe uniforme du Vaiſſeau pouſſé ſeulement par le ſecond vent perpendiculaire ſur la voile DBE; la direction du Vaiſſeau pouſſé par les deux vents enſemble ſera BH diagonale du rectangle BIHK fait par les cotés BK & BI troiſiéme proportionelle de BK à BL; & la viteſſe ſera deſignée par BO moyenne proportionelle entre BH & BK. Vous croyez, Monſieur, que cette Regle mene à des contradictions, ce que Vous voulez faire voir par deux differentes concluſions, à la premiere deſquelles il eſt ſi aiſé de répondre, que Vous avez prévû Vous-même la réponſe que j'y ferois: Car aprés avoir rapporté la prétenduë abſurdité en ces termes; *Le Vaiſſeau allant donc ſuivant BH avec la viteſſe BO, ſa viteſſe ſuivant BL ſera Bq, & ſuivant BK ſera Bp, ſuppoſant Oq perpendiculaire à BI, & Op perpendiculaire à BK. Or BO, Bq, & Bp ſont entre elles comme BH, BI, & BK, qui repréſentent par Vôtre hypotheſe les forces qui pouſſent le Vaiſſeau dans ces directions, donc les Viteſſes uniformes ſeroient entre elles comme les forces, ou ce qui eſt la même choſe, les viteſſes uniformes dans un milieu qui reſiſte, ſeroient en-*

 tre

tré elles comme les resistances, car les resistances sont comme les quarrés des Vitesses, comme Vous en convenez Vous-même : Aprés avoir, dis-je, rapporté cette prétenduë absurdité, Vous remarquez fort à propos, que je dirai à cela, *qu'il ne s'agit pas ici de comparer les resistances laterales qui ne sont qu'ideales, & rien en effet, & qu'il ne faut avoir égard qu'à la resistance directe BO qui est la seule réelle* : Vous promettez même *d'y consentir si l'on veut*; Non, Monsieur, je ne le veux pas de Vous par honnêté, mais j'espere que la verité mise dans tout son jour Vous y obligera. J'atoûterai ici seulement en passant, que les vitesses étant toûjours simples à proprement parler, ne se resolvent pas comme les forces en vitesses laterales, mais que ce sont plûtôt leurs determinations qui se resolvent ; ainsi il falloit dire *que le Vaisseau allant suivant BH avec la vitesse BO, la determination de la même vitesse suivant BL sera Bq & suivant BK sera Bp*, ce qui ne renferme aucune absurdité.

Passons à l'autre objection, qui paroît avoir plus de fondement d'autant que la conclusion est directement contre ma Regle, & qu'il n'est pas si aisé d'en découvrir le défaut : j'en ai pourtant le dénoüe-

dénoüement ; mais voyons auparavant comment Vous raisonnez ; Vous convenez d'abord, comme je viens de le dire, qu'il ne s'agit pas ici de comparer les resistances laterales, qui ne sont qu'ideales, puis Vous continuez, Monsieur, en ces termes : *Pour en avoir une autre (resistance) aussi directe à lui comparer, soit supposé que la force qui pousse le Vaisseau suivant BK soit double de la force designée par BK, & que la force qui pousse le Vaisseau suivant BI soit aussi double de la force designée par BI ; prolongeant BK en R, ensorte que BR soit double de BK, & BI en S, ensorte que BS soit double de BI ; BR designera la nouvelle force avec laquelle le Vaisseau sera poussé suivant BK, & BS designera celle avec laquelle il sera poussé suivant BI ; Et par Vôtre regle le Vaisseau par ces deux forces à la fois, doit aller suivant la direction BT, diagonale du parallelogramme BSTR avec la vitesse BX moyenne proportionelle entre BT & BR ; mais comme BT n'est que BH prolongée en T ; à cause des rectangles semblables BH . BT :: BO . BX, c'est-à-dire, la force BH à la force BT, comme la vitesse BO à la vitesse BX, c'est-à-dire, que les Vitesses directes du Vaisseau seroient entre elles comme les forces qui poussent le Vaisseau, ce qui seroit absurde,*

 car

car ces Viteſſes ſont toûjours comme les racines des forces, ou ce qui revient au même, comme les racines des reſiſtances. Voilà, Monſieur, Vôtre raiſonnement, qui a bien la mine d'être dans les formes; je conviens qu'il le feroit, & qu'il détruiroit par conſequent ma regle, ſi ce que Vous ſuppoſez étoit vrai, que ſelon elle BX moyenne proportionelle entre BT & BR deſigne la viteſſe du Vaiſſeau pouſſé à la fois par les deux forces BR & BS doubles des forces BK & BI. Mais je nie que BX en conſequence de ma regle doive être la viteſſe du Vaiſſeau: Il eſt vrai-ſemblant, je l'avoüe, que comme BO moyenne proportionelle entre BH & BK marque ſelon ma regle la viteſſe du Vaiſſeau pouſſé à la fois avec les forces ſimples BK & BI, de même BX moyenne proportionelle entre BT & BR marquera la viteſſe du Vaiſſeau pouſſé à la fois avec les forces doubles BR & BS: Cependant cette analogie de raiſonnemens ne peut pas avoir lieu ici, & ſi on entre bien dans le vrai ſens de ma regle, on verra que la viteſſe du Vaiſſeau dans ce cas des forces doubles ſera exprimée par BZ moyenne proportionelle entre BT & BK,

& non

& non point entre BT & BR. Pour Vous en faire comprendre la raiſon, ſouvenez-Vous, Monſieur, que dans les conſtructions Geometriques, où il s'agit d'exprimer la proportion des quarrés par des lignes droites, on en choiſit une arbitraire pour l'unité, laquelle étant une fois poſée, il faut s'y tenir dans tout le cours de la conſtruction, n'étant pas permis de prendre pour l'unité tantôt une ligne tantôt une autre ſans donner dans le paralogiſme. Or dans la conſtruction que préſcrit ma regle, j'ai pris BK pour l'unité; car comme BK & BL marquoient par hypotheſe les viteſſes uniformes, que le Vaiſſeau auroit s'il étoit pouſſé ſéparement dans les directions BK & BL; il étoit neceſſaire de faire un parallelogramme KI dont les côtés BK & BI fuſſent comme les quarrés des Viteſſes, pour exprimer la proportion des forces des deux vents; & partant pour conſtruire ces deux côtés dans ladite proportion, j'ai pris pour rendre la conſtruction d'autant plus facile & abregée, une des viteſſes elle-même, ſçavoir BK, pour l'unité, faiſant BI troiſiéme proportionelle de BK à BL, car de cette maniere on aura BK^2.

N 5 BL^2

BL^2 :: BK. BI; enſorte que c'eſt en conſequence d'une ſuppoſition arbitraire que la même ligne BK marque ici en même temps l'unité, une viteſſe du Vaiſſeau & une force du premier vent. Or puiſque BH diagonale du parallelogramme KI doit exprimer neceſſairement (en vertu de la compoſition des forces, que l'on peut appliquer à ce cas-ci, auſſi-bien qu'à deux poids qui en tirent obliquement un troiſiéme, comme je l'expliquerai ci-aprés) la force moyenne, avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé par l'action des deux vents enſemble: Pour trouver donc la Viteſſe uniforme du Vaiſſeau dans la direction BH, qui produiſe une reſiſtance de l'eau égale à cette force moyenne reſultante de l'action des deux vents enſemble; il eſt manifeſte que l'on doit prendre la racine de BH; ce qui ſe fait en prenant BO moyenne proportionelle entre BH & l'unité, c'eſt-à-dire entre BH & BK, puiſque j'ai pris BK pour l'unité. Il en eſt donc de même des forces BR, BS, doubles de BK, BI; celle qui en reſulte ſera BT diagonale du parallelogramme RS; & la viteſſe du Vaiſſeau ſera $\sqrt{BT}$, ou BZ moyenne proportionelle

entre

entre B T & l'unité, c'eſt à dire entre B T & B K, & non pas B X moyenne proportionelle entre B T & B R, comme Vous l'avez fait en admettant tacitement deux differentes unités, ſçavoir B K & B R, contre la Loi d'une bonne conſtruction.

Je vois bien au reſte, que la ſimplicité que j'ai affectée dans ma conſtruction, Vous a donné lieu d'en tirer cette conſequence quoique illegitime ; car ſi ſans avoir égard à la ſimplicité, j'avois exprimé l'unité par une autre ligne priſe à diſcretion, j'aurois trouvé une même longueur pour B O, & Vous n'auriez pas eu l'occaſion de faire Vôtre objection, mais la conſtruction en auroit été un peu plus longue, dont voici la maniere de s'y prendre.

Soit comme auparavant B K la viteſſe uniforme que le Vaiſſeau auroit par la ſeule force du vent, qui donne ſur la voile A B C ; & B L la viteſſe uniforme imprimée au Vaiſſeau ſi le ſecond vent agiſſoit tout ſeul ſur la voile D B E ; Soit maintenant N une ligne quelconque priſe pour l'unité, que l'on faſſe B Q = à la troiſiéme proportionelle de N à B K, & B*t* = à la troiſiéme proportionel-

tionelle de N à BL: Soit achevé le parallelogramme QBTV. Je dis que le Vaiſſeau étant pouſſé par les deux forces enſemble, ira dans la diagonale BV, & avec une viteſſe BO exprimée par la moyenne proportionelle entre BV & l'unité N.

Je ne penſe pas qu'il ſoit beſoin, de prouver au long, que cette derniere conſtruction ici & celle de ma Lettre précedente donnent tout à fait la même choſe, tant pour la direction de la route que pour la viteſſe: Car BQ $(\frac{BK^2}{N})$. Bt $(\frac{BL^2}{N})$ :: BK^2. BL^2 :: BK. BI, donc les parallelogrammes Qt & KI ſont ſemblables, & par conſequent leurs diagonales BV & BH ſont ſur une même ligne droite, ou dans une même direction: De plus par ma premiere conſtruction on a $BO^2 = BH \times BK$, & par la ſeconde $BO^2 = BV \times N$; mais à cauſe de N. BK :: BK. BQ :: BH. BV, on a $BH \times BK = BV \times N$, d'où il ſuit que BO de la premiere conſtruction, eſt égale à BO de la ſeconde.

Que ſi Vous faites maintenant l'application de la ſeconde conſtruction au

cas,

cas, qui fait le ſujet de Vôtre objection, en prenant les forces laterales doubles de B Q & B *t*; & en gardant toûjours la même ligne N pour l'unité, Vous trouverez que l'abſurdité apparente que Vous m'avez objectée, diſparoîtra entierement. Voilà donc, Monſieur, Vos deux plus grandes difficultés levées: ce que Vous ajoûtez enſuite partie pour appuyer ces mêmes difficultés, partie pour confirmer Vôtre opinion, ne ſont à ce qui me ſemble, que des repetitions de ce que Vous avez amplement déduit dans Vôtre Memoire, exprimées ſous d'autres expreſſions, ou tout au plus ce ne ſont que des argumens, qui y reviennent par un petit changement, deſorte que je Vous cauſerois peut-être de l'ennui, ſi à Vôtre exemple je reïterois de même les réponſes que je Vous ai déja données dans ma premiere Lettre, d'autant plus que la ſolution que je viens de donner à Vos difficultés, & la verité miſe dans tout ſon jour & bien affermie par la demonſtration que je m'en vais Vous communiquer, Vous mettra en état de pouvoir Vous ſatisfaire Vous-même ſur toutes les difficultés qui pourroient encore vous reſter.

Cepen-

Cependant pour répondre en peu de mots à l'objection sur laquelle Vous insistez le plus fortement, je remarquerai, Monsieur, que Vous abusez du terme de *composition* des forces, en lui donnant une signification trop étroite, comme si c'étoit une composition de parties *integrantes* dont il se fait un *tout composé*, au lieu que ce n'est qu'une combinaison des forces laterales, dont il résulte une force moyenne égale à une troisiéme directement opposée, laquelle quoiqu'inégale à la somme des deux laterales, ne laisse pas de les tenir en équilibre, ou de les contrebalancer, par la seule disposition de sa direction, comme on le peut faire voir par une infinité d'exemples de Statique, où un petit poids en tient suspendu un plus grand.

Quoi qu'il en soit ce raisonnement que Vous faites en ces mots, *Vôtre force moyenne designée par BH étant moindre que la somme des deux forces qui la composent, sçavoir la somme des forces designées par BK & BI; il faudroit necessairement qu'il y eut pour cela de la force de détruite dans les deux forces composantes, ce qui ne peut pas être, la direction de la force BK étant perpendiculaire*

laire à la direction de la force BI; & on n'aura pas de peine à en convenir si l'on fait reflexion, qu'il n'y a point de force sans vitesse; or la force BK n'a point de vitesse contre la force BI, ni BI contre BK: D'où il suit que ces deux forces ne se peuvent rien détruire l'une à l'autre: Ce raisonnement, dis-je, n'est pas plus concluant que cet autre, par lequel un certain Italien prétendoit autrefois détruire une proposition de Statique incontestable en elle-même, qui est que *le moment ou la force avec laquelle une boule tâche de descendre sur un Plan incliné, est au poids absolu de la boule comme la hauteur perpendiculaire de ce Plan à sa longueur:* Car de ce qu'en considerant la boule soutenuë par deux Plans inclinés qui font ensemble un angle droit; il voyoit que la somme des deux forces avec lesquelles les deux plans sont pressez par la boule, seroit par cette proposition plus grande que la force totale ou le poids absolu de la boule; il croyoit mal à propos que cela étoit une absurdité; voyez les Actes de Leipsic de l'Année 1684. pag. 512.

Si Vous prenez la peine, Monsieur, de reflêchir un peu sur l'état de nôtre question,

queſtion, Vous verrez que Vôtre raiſonnement eſt fort peu different de celui de cet Italien, de même que les deux ſujets different auſſi fort peu entre eux, je me hazarde même de dire, que tous deux ſe reduiſent à la même choſe, voici comment: La boule peut repréſenter le Vaiſſeau; le poids abſolu de la boule & ſa direction verticale repréſentent la force de la réſiſtance de l'eau, & la route du Vaiſſeau; & enfin les efforts que les deux plans inclinés employent à ſoûtenir cette boule, ſe rapportent aux deux forces, avec leſquelles les deux voiles du Vaiſſeau ſont pouſſées. On pourroit donc former ici la même objection que Vous faites, en diſant que *les forces paſſives ou les efforts, avec leſquelles la boule eſt repouſſée par les Plans, & les Directions deſquelles ſont perpendiculaires, ne ſe détruiſent en rien, & que ſi elles agiſſent ſur la boule qui donne lieu par l'action de ſon poids, que chacune d'elles agiſſe de toute ſa force, cette boule ſera pouſſée par une force qui ſera égale à la ſomme des deux &c.* Cependant la veritable Statique nous apprend, que la ſomme de ces deux forces paſſives des Plans eſt plus grande que le poids abſolu de la boule, & par con-

consequent plus grande que la force moyenne passive, avec laquelle la boule est repoussée verticalement en haut, & qui doit être égale au poids absolu, à cause de l'égalité entre l'action & la reaction.

Je Vous entens déja repliquer que *Vous ne trouvez pas que cet exemple, non plus que le principe de Statique, duquel je Vous ai parlé dans ma précedente, fasse rien à Vôtre affaire, Vous direz, Monsieur, qu'un poids qui tend ou qui tire perpendiculairement à l'horizont, tend ou tire en même temps obliquement, & que c'est toûjours une même masse qui agit suivant toutes les directions, & par consequent que les forces de ce poids suivant toutes les directions seront comme les vitesses avec lesquelles il tendra aussi à se mouvoir; au lieu que la force du vent consiste dans le produit d'une masse & d'une vitesse differente de la masse & de la vitesse qui produisent la force d'un autre vent, ensorte que puisque les masses sont comme les vitesses, les forces seront toûjours comme les quarrés des vitesses, au lieu que dans l'exemple de Statique supposant que c'est la même masse qui tire en tout sens, il est necessaire que les forces soient comme les vitesses, avec lesquelles cette même masse tend à se mouvoir,*

ce qui fait que la regle de Statique pour la composition des mouvements ne peut pas être admise dans le cas du Vaisseau poussé par deux vents, dont la direction est perpendiculaire l'une à l'autre, & qui donnent perpendiculairement sur les deux voiles &c.

Mais quelques specieuses que paroissent ces exceptions ou d'autres semblables, on trouvera, si on les examine de prés, qu'elles ne contiennent aucune raison solide, par laquelle on puisse demontrer que le cas particulier du Vaisseau poussé continuellement par trois forces, sçavoir par celles des deux vents, & de la resistance de l'eau, doive être exemté de la Regle generale de Statique, suivant laquelle on conclud universellement & sans exception, que si un poids mobile B, est tenu en équilibre par la resistance ou l'effort de trois puissances dont les directions & quantités soient exprimées par les trois lignes BK, BI, BY, chacune d'elles, BY par exemple, sera égale à la diagonale BH du parallelogramme KI fait par les lignes des deux autres puissances BK, BI, & dans la même direction que cette diagonale, soit que l'angle KBI soit droit ou oblique.

Fig. XXVII.

Aussi

Auſſi ne Vous êtes Vous aviſé, Monſieur, de chercher ces exceptions que depuis que Vous avez reçû ma premiere Lettre, où j'ai montré les abſurdités dans leſquelles on tomberoit, ſi on vouloit rejetter cette Regle generale de Statique, reconnuë de tous les plus ſçavans Geometres; Car Vous ne pouvez pas diſconvenir, que Vous ne l'ayez d'abord nettement condamnée ſans vouloir même admettre le cas des poids, témoin l'expreſſion dont Vous Vous êtes ſervi dans Vôtre premiere Lettre, où Vous parlez en general de cette Regle comme *d'une pure tradition, qui avoit paſſée des Anciens Geometres juſqu'à nôtre temps, ſans en avoir d'autre preuve que l'Autorité des grands Geometres*: Témoin auſſi une des Lettres que Monſieur de M . . . . écrivit à mon Neveu, dans laquelle ſe trouvent ces mots; *Si Monſieur Renau a raiſon, il faut reformer tout ce qui a éte écrit en Mechanique juſqu'à préſent, & en particulier celle de Mr. Varignon*, & par conſequent auſſi la Regle ou le principe de la compoſition pris dans toute ſon étenduë: Mais Vous commencez préſentement d'en reconnoître la verité, au moins à l'égard des poids; cette démar-

che, Monſieur, Vous approche de moi, encore une ou deux pareilles, & j'aurai le plaiſir de Vous voir de mon ſentiment, mais c'eſt de quoi j'eſpere de venir enfin à bout.

Effectivement la diſtinction que Vous faites entre la force des poids & celle des vents n'eſt pas une raiſon d'admettre le principe de Statique à l'égard des Poids, & de le rejetter à l'égard des Vents ; car cette diſtinction ne regarde que les cauſes qui produiſent ces forces ; Or il n'eſt pas queſtion de ſçavoir comment les forces ſont produites, il ſuffit qu'elles ſoient exiſtantes, de quelque cauſe qu'elles proviennent, elles feront toûjours la même impreſſion, la même action, & par conſequent le même effet, pourvû qu'elles ſoient appliquées d'une même maniere : Car dés qu'une force uniforme eſt continuellement appliquée ſur un ſujet, elle eſt dans ce ſujet comme innée ou intrinſeque; Ce ſeroit prendre le change ſi pour raiſonner de l'énergie des forces dans la Statique, on vouloit s'amuſer à penetrer premierement la cauſe phyſique de la peſanteur, pour ſçavoir ſi c'eſt une qualité intrinſeque ou eſſentielle des corps,

com-

comme le prétendent les Peripateticiens, ou ſi elle eſt cauſée par la preſſion externe de la matiere ſubtile qui compoſe le tourbillon de la terre, ſelon la penſée des Meſſieurs les Carteſiens; ou enfin, ſi, ſuivant quelques Anglois modernes, elle conſiſte dans une attraction mutuelle des corps: De cette maniere on ne ſeroit jamais aſſûré de la certitude d'une propoſition de Statique, puiſque ſi elle étoit vraie dans le ſyſteme d'Ariſtote, elle ſeroit fauſſe ſelon Vôtre maniere de diſtinguer dans celui de Des-Cartes.

Je ne crois pas que Vous ſoyez formellement dans le ſentiment de vouloir faire dépendre la certitude de la Statique de celle de la Phyſique: Cependant Vous voyez, Monſieur, que Vôtre diſtinction emporte une telle dépendance, reflêchiſſez-y, je Vous en ſupplie, & faites attention à l'exemple de Statique que voici; je m'en ſervirai comme d'un Lemme, dont je tirerai la demonſtration de la conſtruction que je Vous ai donnée, pour determiner la route & la viteſſe du Vaiſſeau pouſſé par deux forces perpendiculaires l'une à l'autre.

Concevez donc, s'il Vous plaît, dans un plan Vertical, que le point mobile B soit attaché aux trois cordes B L N, B M O, & B P, dont les deux premieres faisant un angle droit L B M, passent par dessus les deux poulies L & M, ensorte que les portions repliées L N & M O & la troisiéme corde B P soient verticales: Aux extrêmités de ces trois cordes N, O, & P, soient aussi attachés par le milieu trois Plans horizontaux mobiles & sans pesanteur A C, D E, & F G, les grandeurs desquels soient aprés avoir prolongé P B en H, comme les sinus des angles H B M, H B L, & L B M; ou ce qui revient au même, comme les deux côtés B K & B I, & la diagonale B H du parallelogramme K I fait au tour du diametre B H. Supposez, par exemple, que ces trois plans soient comme les trois nombres 3, 4, & 5: Imaginez-Vous présentement, qu'un vent vienne fondre de haut en bas sur ces trois plans suivant les directions verticales L N, M O, B P, ensorte que les plans recevant les impressions du vent en raison de leurs grandeurs, c'est à dire des nombres 3, 4, & 5, ils tireront le point mobile B suivant les trois directions B L, B M

Fig. XXVIII.

BM & BP, avec des forces qui feront dans la même raifon de 3, 4, & 5, ou de BK, BI, BH. De grace, Monfieur, je Vous demande, fi vous ne concevez pas clairement, que les trois cordes dans cette fuppofition feront bandées par la force du vent de la même maniere, qu'elles le feroient, fi au lieu des plans preffés par le vent, on chargeoit les extrêmités des cordes N, O, P, de trois poids équivalents, & partant auffi en raifon de 3, 4, & 5: Vous direz donc que le vent & les poids feront le même effet fur le point B; Or le point B feroit mis en équilibre dans la fuppofition des poids, ce que Vous m'accordez; il le feroit donc auffi dans la fuppofition du vent. Cela Vous paroît clair comme le jour, j'en fuis fûr, & qui eft-ce qui en douteroit? Cependant c'eft là juftement le cas de nôtre queftion, ainfi il ne faut qu'un peu d'explication pour achever la demonftration de ce que j'ai fait pour determiner la route & la viteffe du Vaiffeau pouffé à la fois par deux Voiles perpendiculaires.

Car pour ce qui eft de la route, Vous ferez, Monfieur, fans doute d'ac-

cord avec moi que ſa direction doit être celle ſuivant laquelle un troiſiéme vent donnant en ſens contraire ſur une voile perpendiculaire *a*B*c*, pourroit contrebalancer les deux premiers vents, & arrêter ainſi le Vaiſſeau en B. En conſiderant avec Vous les vents comme n'étant pas infiniment rapides, je ſuppoſe pour une plus juſte application à nôtre cas, que les deux premiers vents donnent ſur les voiles du Vaiſſeau en repos avec leurs viteſſes relatives, c'eſt à dire avec l'excés dont la viteſſe abſoluë du vent ſuivant B F excede la viteſſe uniforme B L que le Vaiſſeau auroit par la ſeule impulſion de ce vent, comme auſſi avec l'excés dont la viteſſe du vent ſuivant B G ſurpaſſe la viteſſe uniforme B K que le Vaiſſeau auroit s'il étoit pouſſé par ce ſeul vent. Ainſi voilà le Vaiſſeau en B comme un point mobile tiré & contrebalancé par trois puiſſances ſuivant les trois directions B G, B F, & B*m*; Or par le lemme précedent B*m* prolongée ſera la diagonale B H du parallelogramme K I, dont les côtés B K & B I expriment la raiſon des deux autres puiſſances, leſquelles ſont comme les quarrés des viteſſes uniformes que le

Fig. XXIV.

Vaiſ-

Vaiſſeau auroit étant pouſſé par chaque puiſſance laterale ſeparément, c'eſt à dire comme B K^2 & B L^2 : C'eſt pourquoi le Vaiſſeau pouſſé à la fois par les deux puiſſances laterales ſans la troiſiéme ſuivra la route BH, qui ſeroit la direction de cette troiſiéme puiſſance. Ce qu'il falloit demontrer pour la route.

Quant à la viteſſe uniforme que ce Vaiſſeau aura, il eſt clair, qu'elle doit être porté à un tel degré, que la réſiſtance de l'eau qui en réſulte, puiſſe être égale à la troiſiéme puiſſance qui contrebalance les deux autres puiſſances laterales; puiſque par le Lemme précedent la troiſiéme puiſſance eſt exprimée par BH, on aura $\sqrt{BH}$, c'eſt à dire BO ou la moyenne proportionelle entre BH & l'unité BK pour la viteſſe du Vaiſſeau qui produit une réſiſtance égale à la troiſiéme puiſſance. Ce qu'il falloit auſſi demontrer pour la viteſſe.

Je me ſers ici du mot de *puiſſance* au lieu de celui de *force*, afin de me rendre plus intelligible, en faiſant voir que la force du vent n'a rien de ſingulier pour la diſtinguer d'un autre genre de puiſſance continuellement & uniforme-

ment appliquée. Ainſi laiſſant là & les vents & les voiles, concevons deux *vertus magnetiques*, par exemple, qui faſſent des efforts continuels & uniformes pour mouvoir le Vaiſſeau, l'une ſuivant la direction BG, & l'autre ſuivant la direction BF, ſous telle condition, que la premiere vertu ſans le concours de l'autre pourroit procurer au Vaiſſeau une viteſſe uniforme exprimée par BK, & l'autre ſans le concours de la premiere lui pourroit cauſer une viteſſe uniforme deſignée par BL: Il ſuit de-là que leurs efforts ſeront comme le quarré de BK & le quarré de BL, c'eſt à dire comme BK & BI. Concevons préſentement auſſi qu'une corde B*m* retienne & empêche le Vaiſſeau d'obéïr aux efforts de ces deux vertus: Il eſt manifeſte par le principe de Statique, ſur lequel eſt fondé mon Lemme, que la corde prendra une ſituation qui ſera dans la même direction que la diagonale BH, & que BH deſignera la force avec laquelle la corde ſe bandera: Nous voyons donc clairement, que le Vaiſſeau quoique arrêté par la corde ne laiſſeroit pas d'avoir une tendance continuelle à ſe mouvoir dans

Fig. XXVII.

la

la direction BH; si bien que si on rompoit tout à coup la corde, le Vaisseau commenceroit effectivement à se mouvoir dans la route BH, & les vertus continuant de faire toûjours les mêmes efforts, son mouvement s'accelereroit de plus en plus suivant BH, jusqu'à-ce que la résistance qu'il trouveroit en sens contraire fût précisement égale à la force, avec laquelle la corde se bandoit avant la rupture: De même que la pesanteur ordinaire fait accelerer les corps qui descendent dans l'air, jusques à ce qu'ils ayent acquis un degré de vitesse, qui cause dans l'air une resistance précisement égale à leur pesanteur.

Au reste, Monsieur, j'espere que Vous ne Vous offenserez pas de la franchise, avec laquelle je Vous découvre mes pensées: Vous avez l'Esprit trop clair-voyant pour n'appercevoir pas la verité, & le cœur trop bien placé pour ne la pas reconnoître, en quelqu'état qu'elle paroisse; aussi, Monsieur, soûmets-je avec plaisir mes raisons à Vôtre jugement, trop content si convaincu de leur solidité, j'ai enfin le bonheur de Vous ramener à mon sentiment;

je

je croirai qu'il me ſera bien glorieux d'avoir fait une ſi belle conquête: Cependant quoiqu'il en arrive, je me recommande à l'honneur de Vôtre bienveüillance, & Vous ſupplie d'être entierement perſuadé, que je ſerai toûjours avec toute la Veneration dûë à Vôtre rang & à Vôtre merite,

MONSIEUR,

à Basle ce 7. 9bre 1713.

Vôtre trés-humble & trés-obéiſſant Serviteur

J. B.





TABLE DES CHAPITRES.

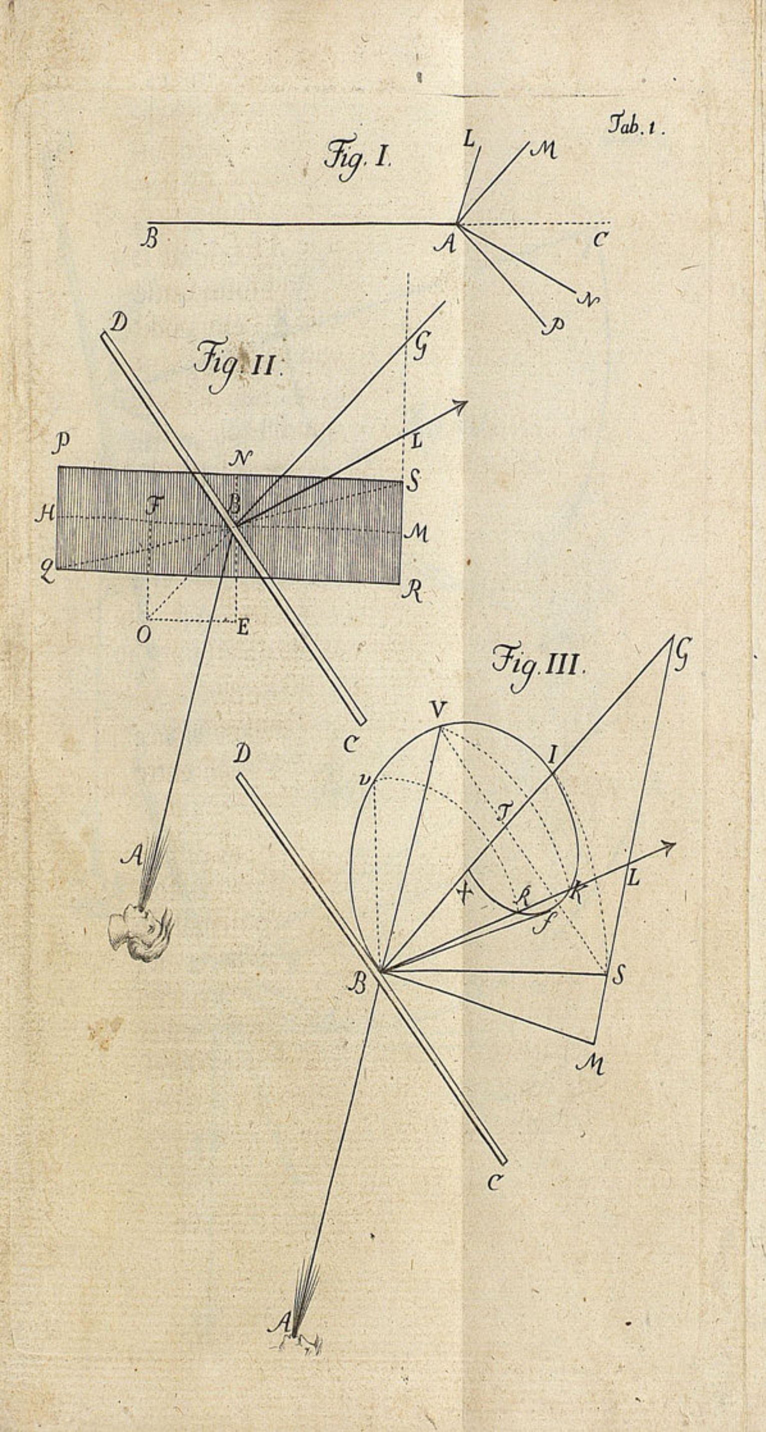
CHAP.

CHAP.

FIN.

Fautes à corriger.

Pag. 32. lig. 2. SA *lisez* S*a*.
p. 84. l. 24. EST *lisez* SE.
p. 92. l. 25. MC *lisez* MZ.
p. 107. l. 5. C*c* *lisez* CO.
ibid. l. 8. GAC *lisez* GAZ.


Tab. I.
Fig. I.
L
M
B
A
C
N
P
Fig. II.
D
G
L
P
N
S
H
F
B
M
Q
R
O
E
C
A
Fig. III.
G
V
D
I
v
T
L
X
R
K
f
B
S
M
C
A

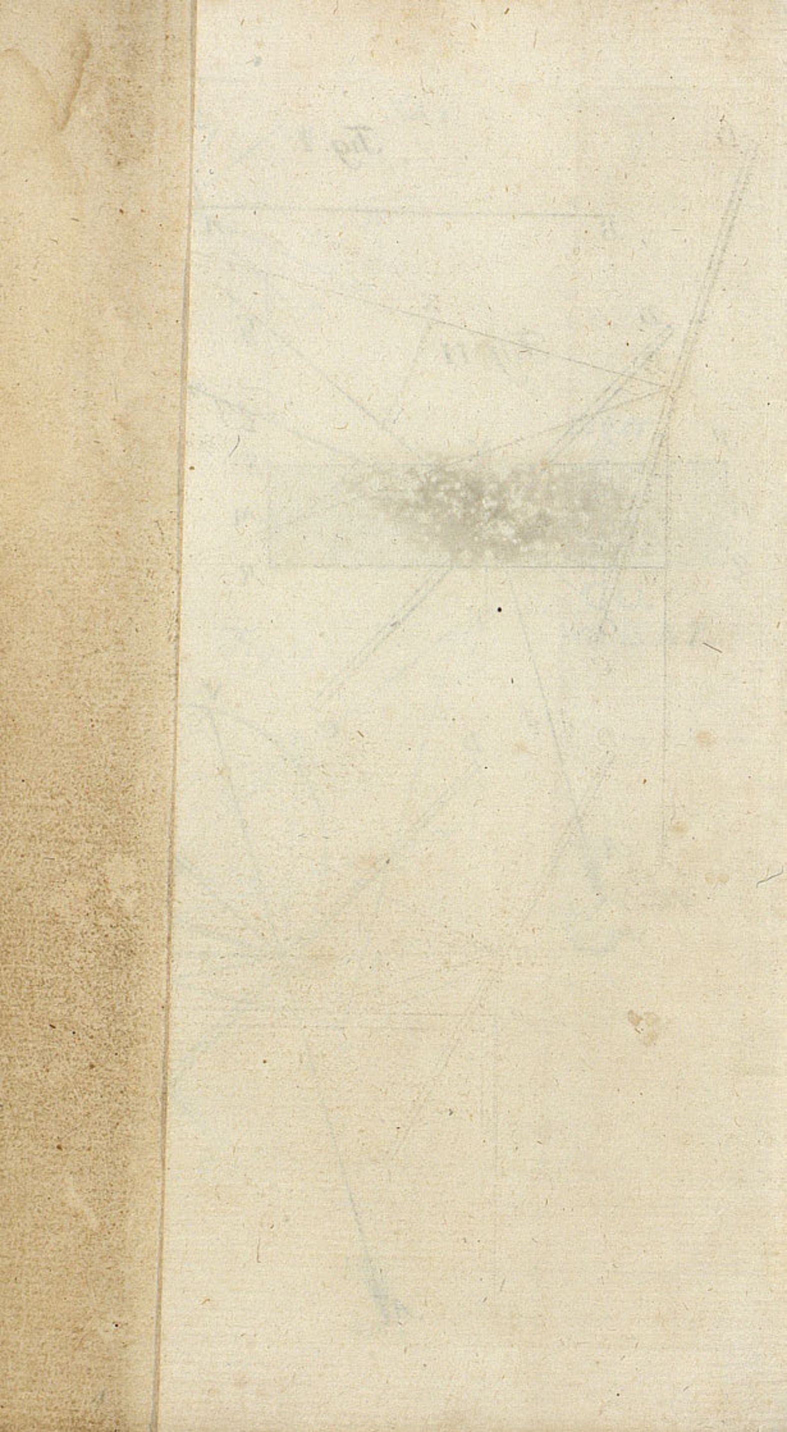


Fig. IV.

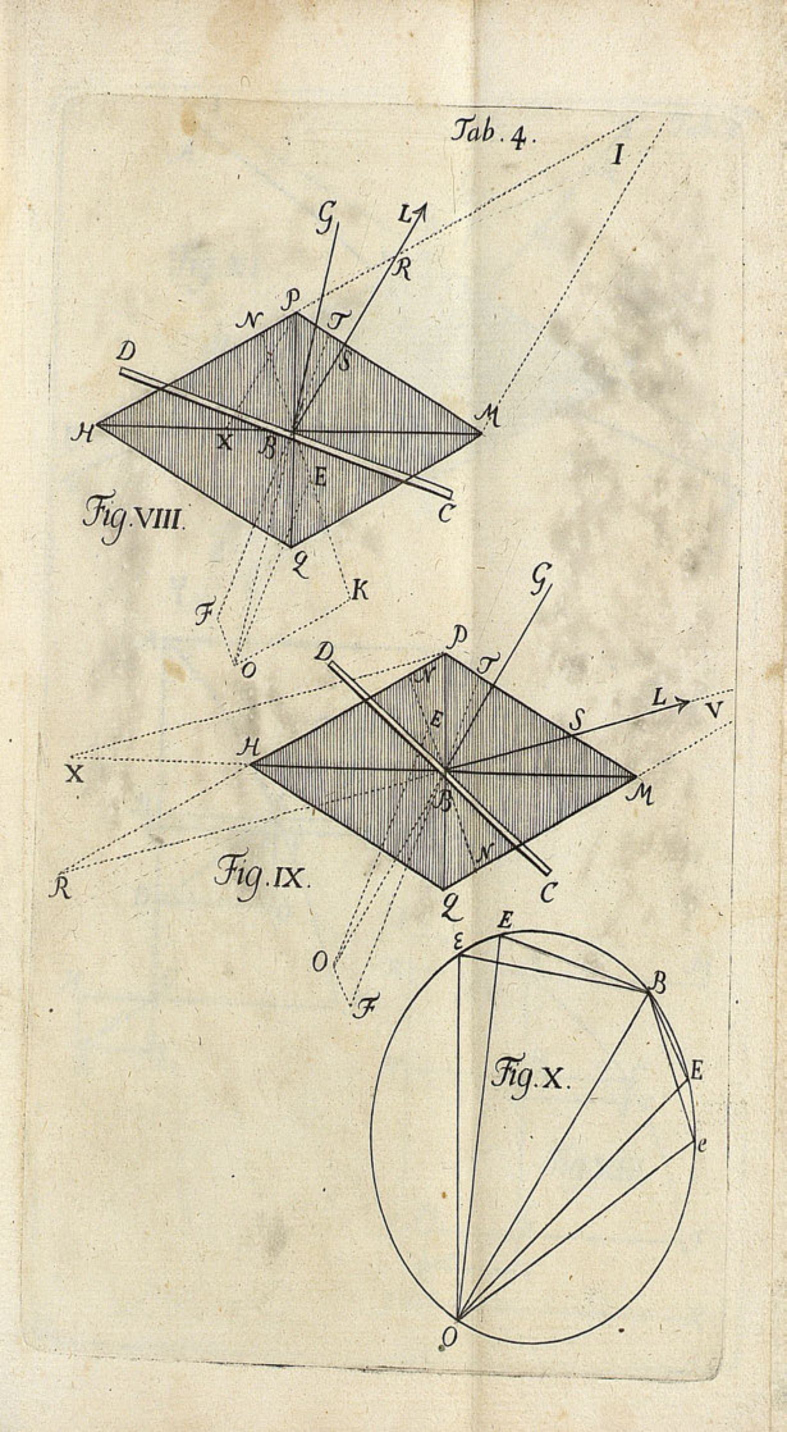
Fig. V.



Fig. VI.

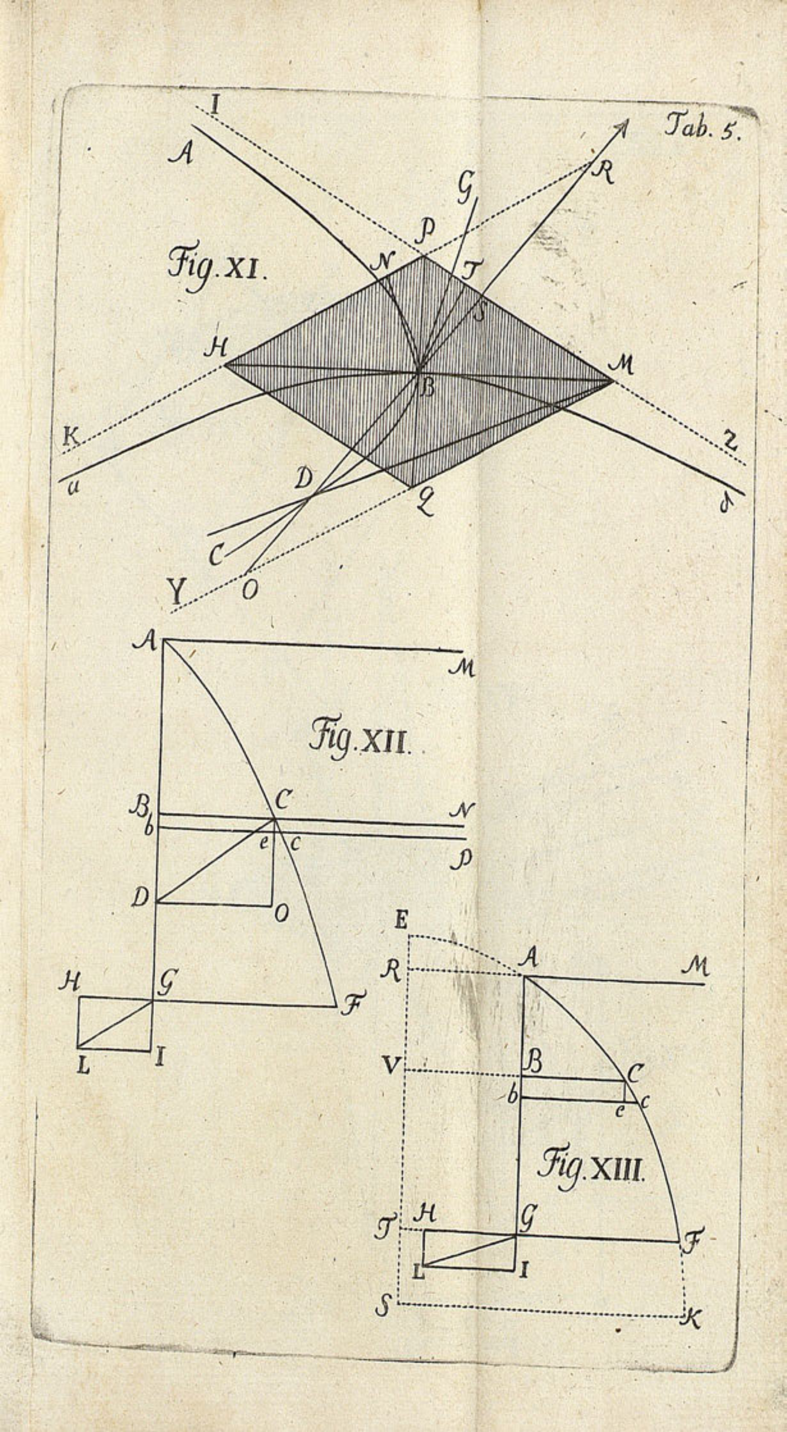
Fig. VII.

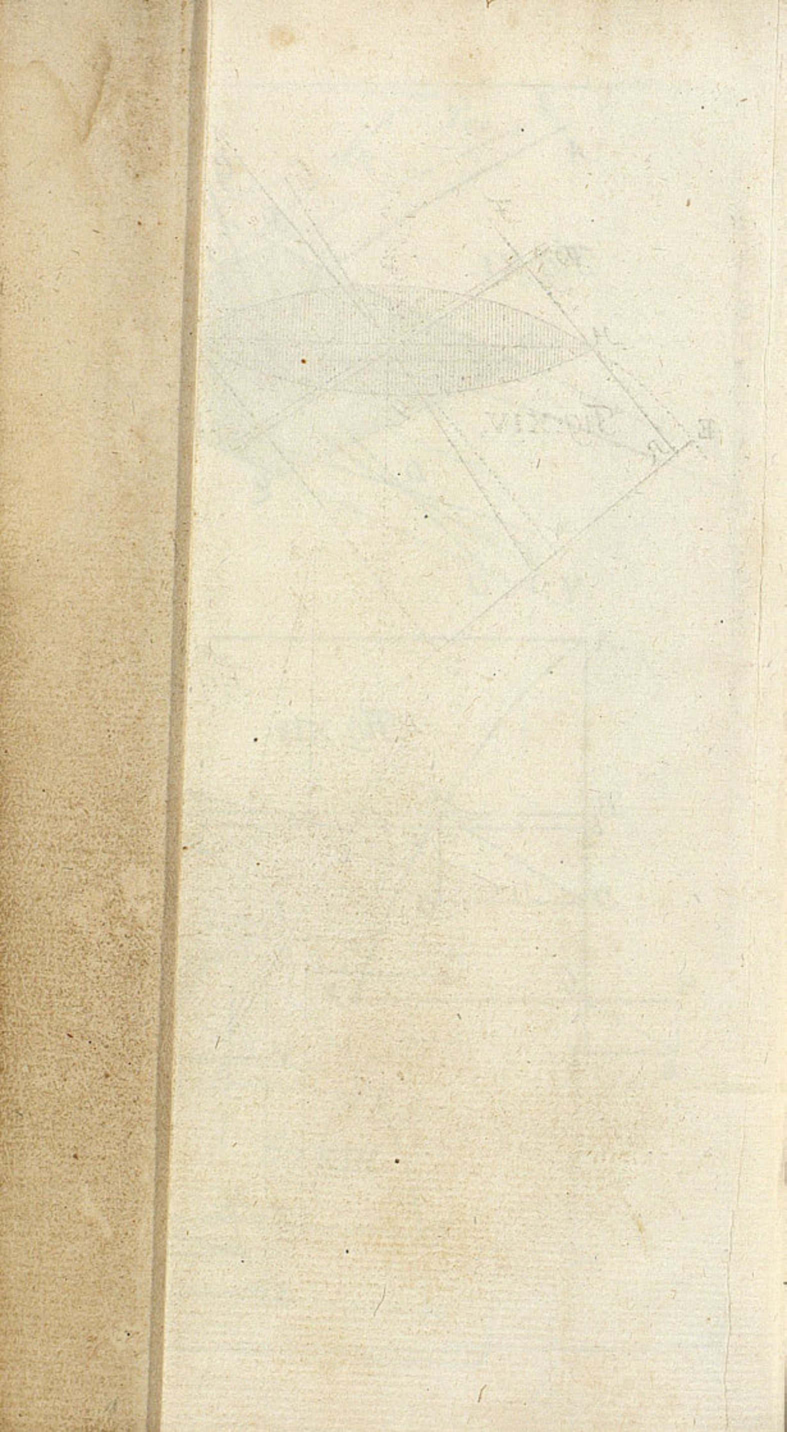


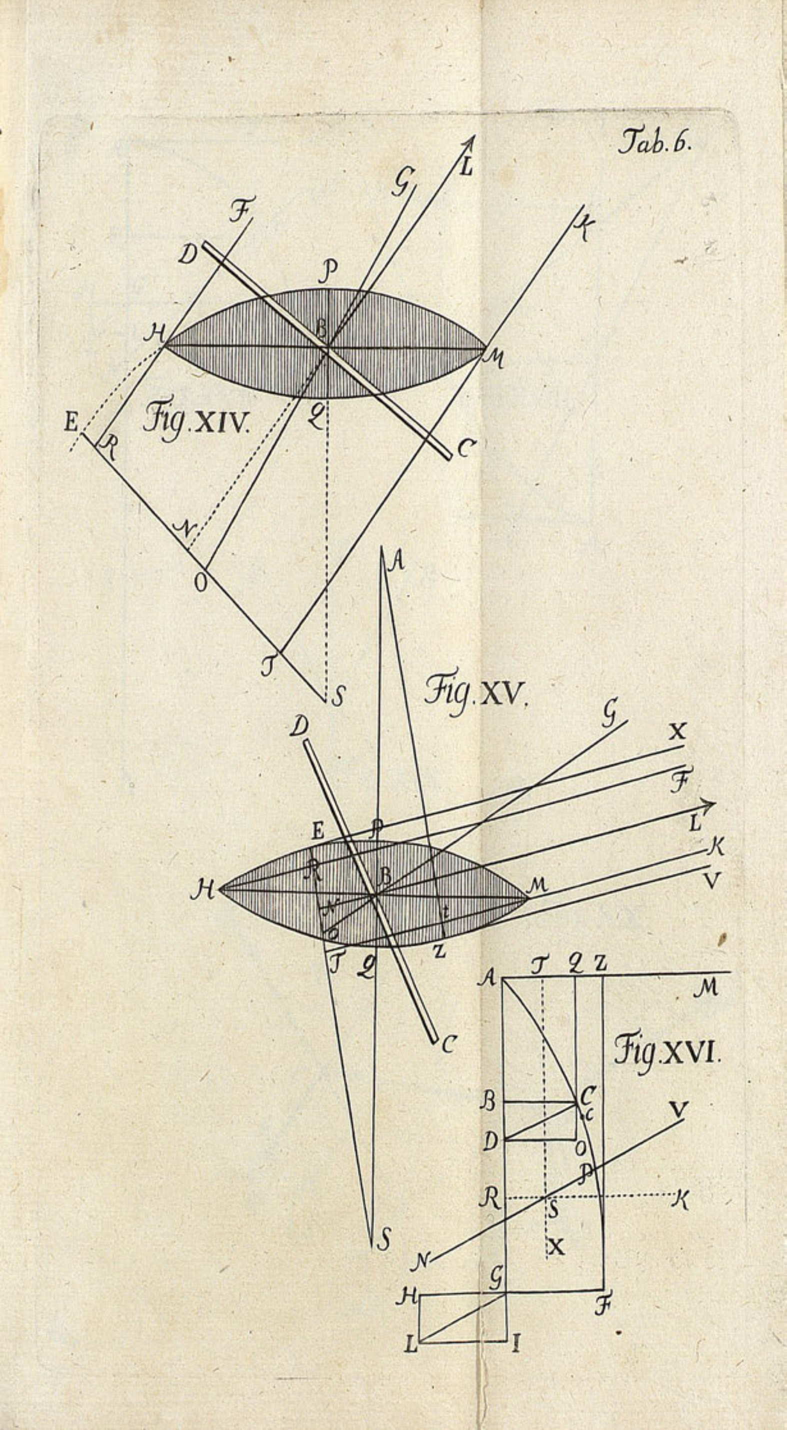


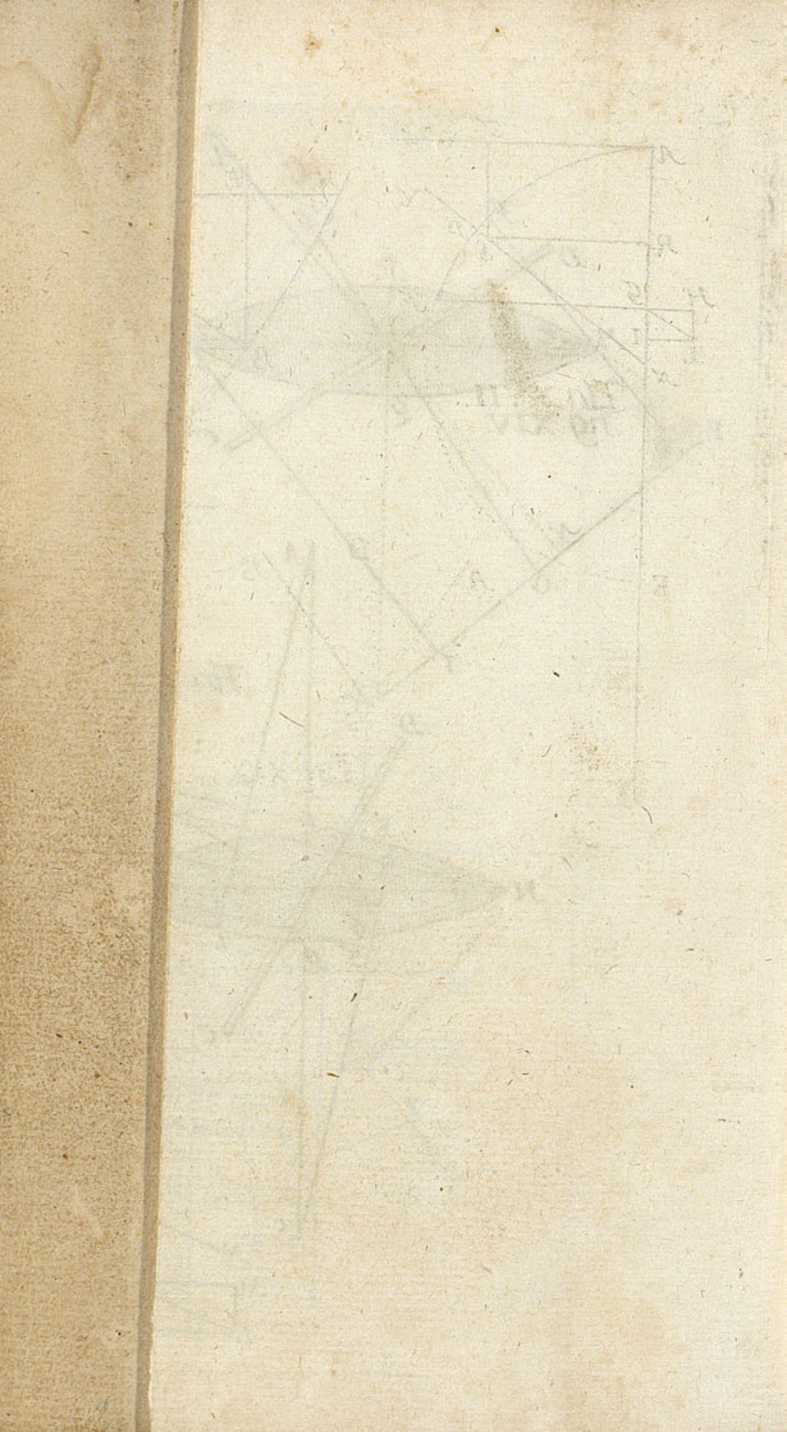
Tab. 4.
I
G
L
R
P
N
T
S
D
H
M
X
B
E
Fig. VIII.
C
Q
K
F
O
G
P
D
T
N
L
V
E
S
X
H
M
B
N
Fig. IX.
R
C
Q
E
ε
O
B
F
Fig. X.
E
e
O

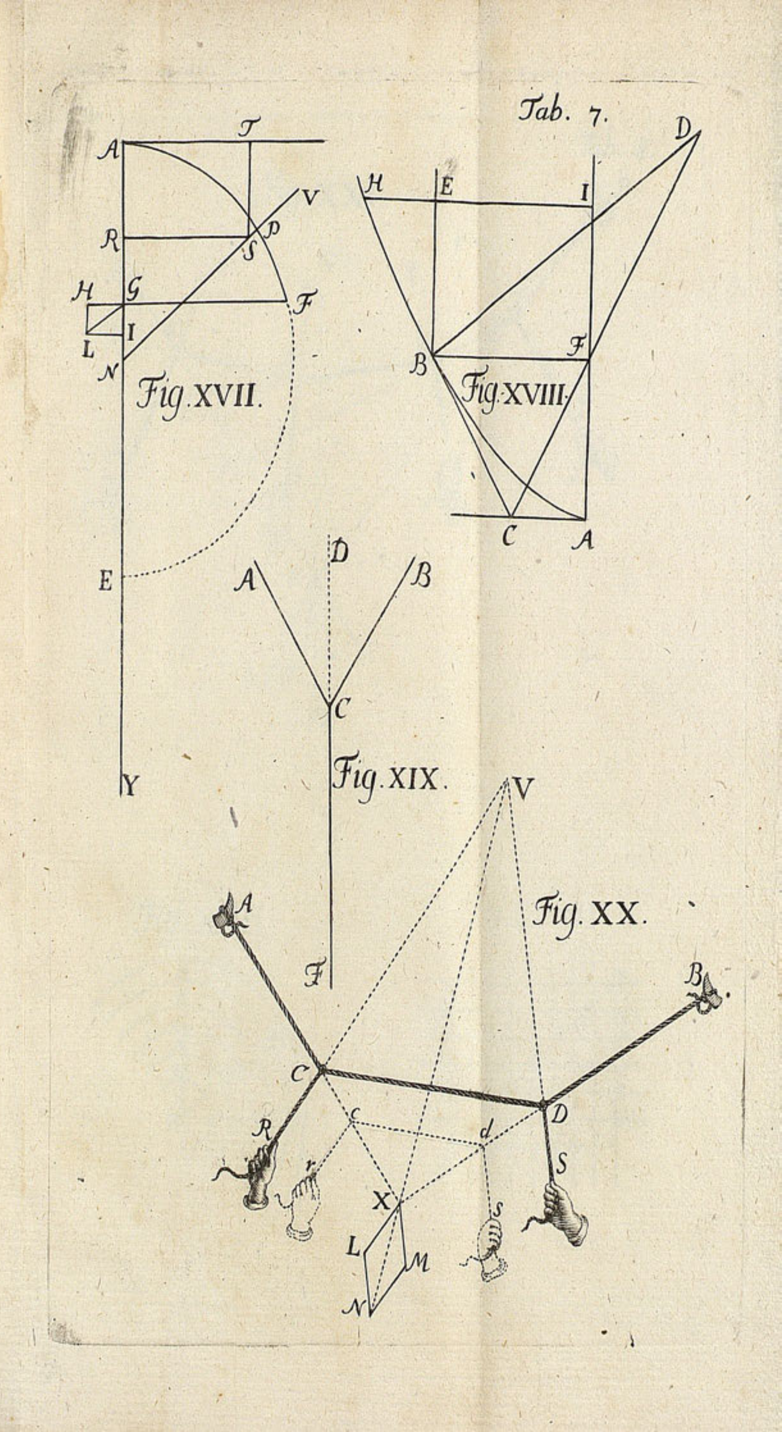



Tab. 5.
Fig. XI.
Fig. XII.
Fig. XIII.

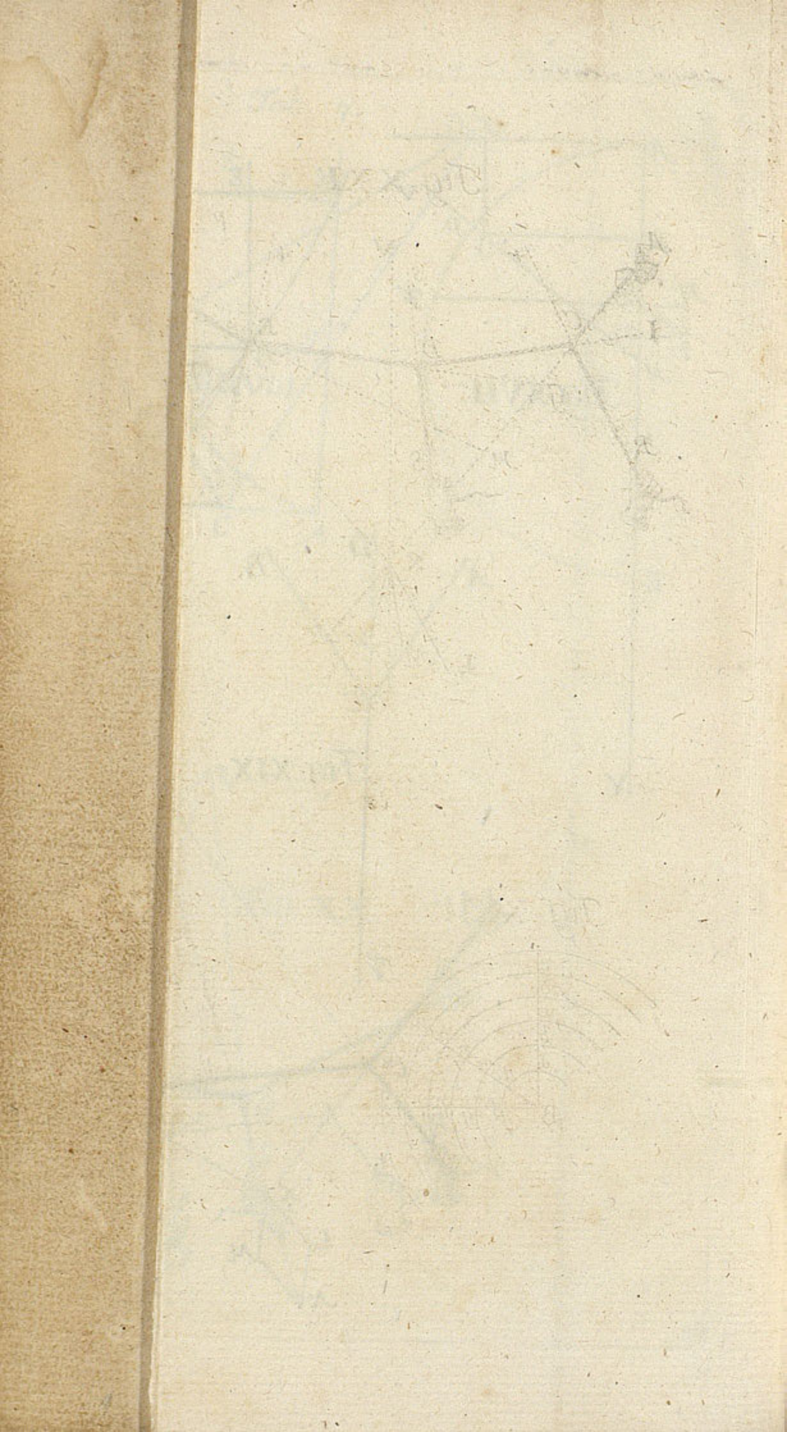



Tab. 6.
Fig. XIV.
F
G
L
K
D
P
H
B
M
E
Q
C
R
N
O
T
S
Fig. XV.
A
D
G
X
F
L
E
P
K
H
R
B
M
V
K
t
o
T
Q
Z
C
S
Fig. XVI.
A
T
Q
Z
M
B
C
c
D
O
V
P
R
S
K
X
N
G
H
F
L
I





Tab. 7.
A
T
V
R
P
S
H
G
F
I
L
N
Fig. XVII.
E
Y
D
H
E
I
B
F
Fig. XVIII.
C
A
D
A
B
C
Fig. XIX.
F
V
A
Fig. XX.
B
C
D
c
d
R
S
r
X
s
L
M
N



Tab. 8.

Fig. XXI.

Fig. XXII.

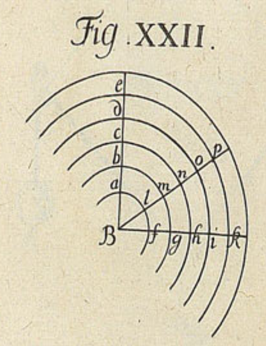
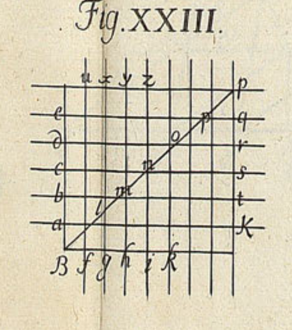
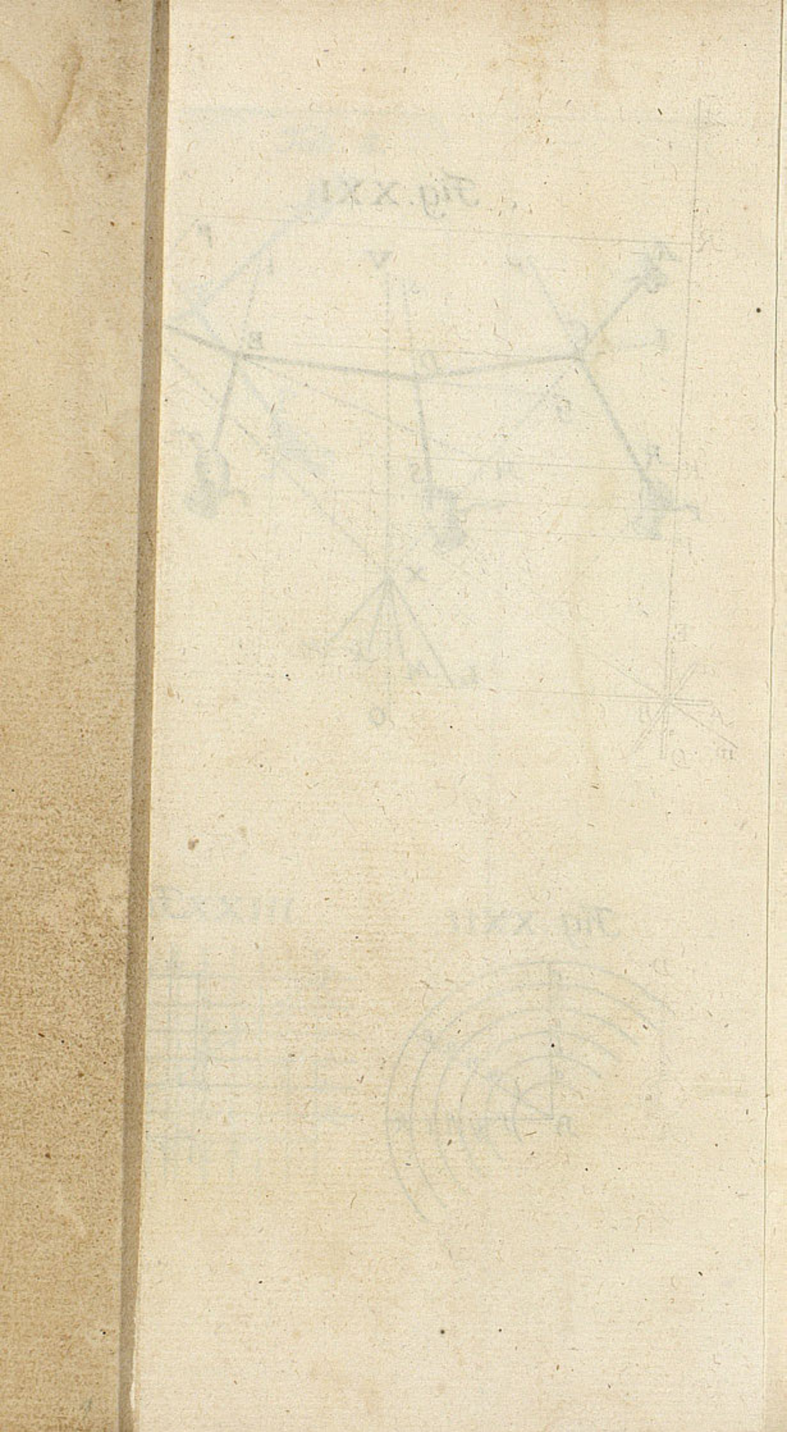


Fig. XXIII.



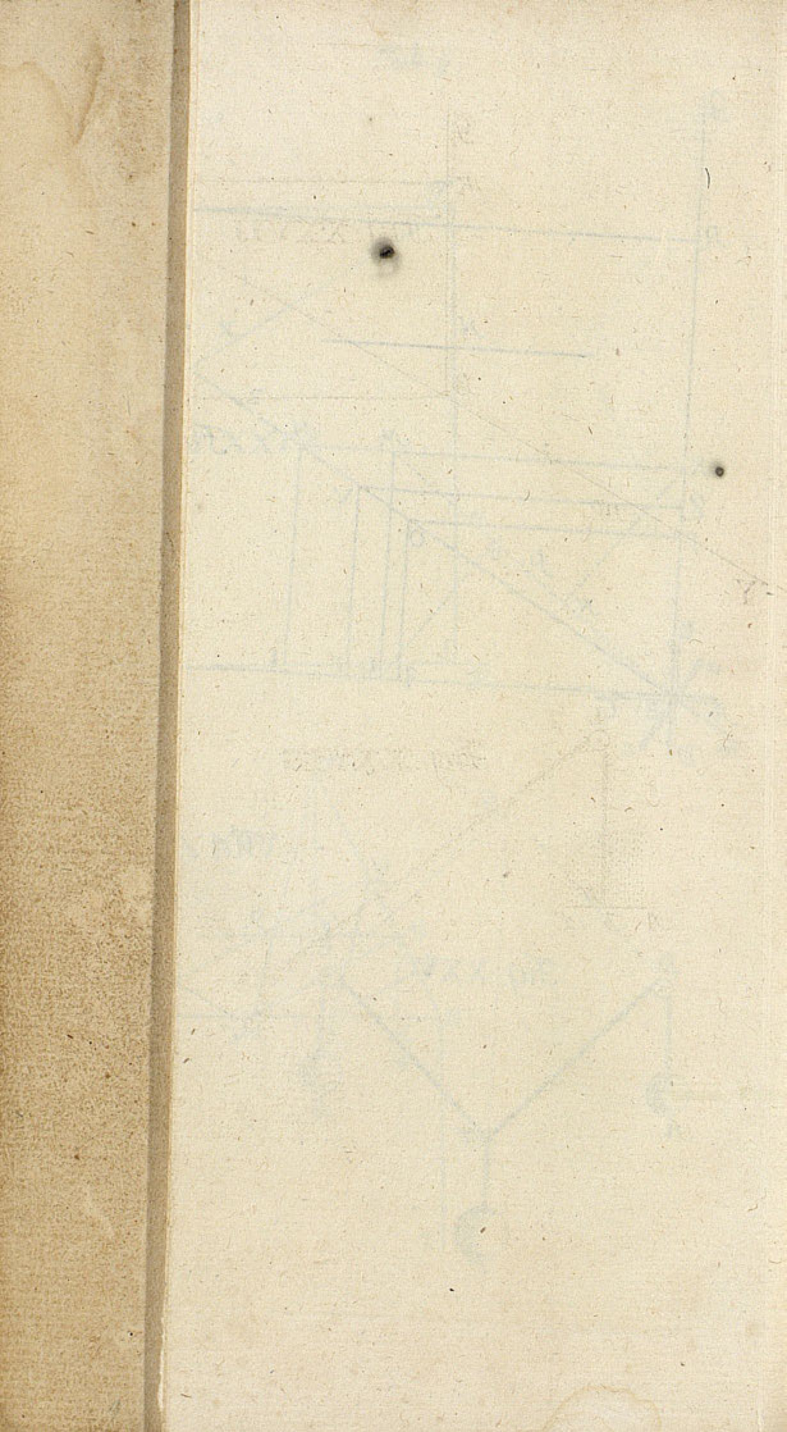


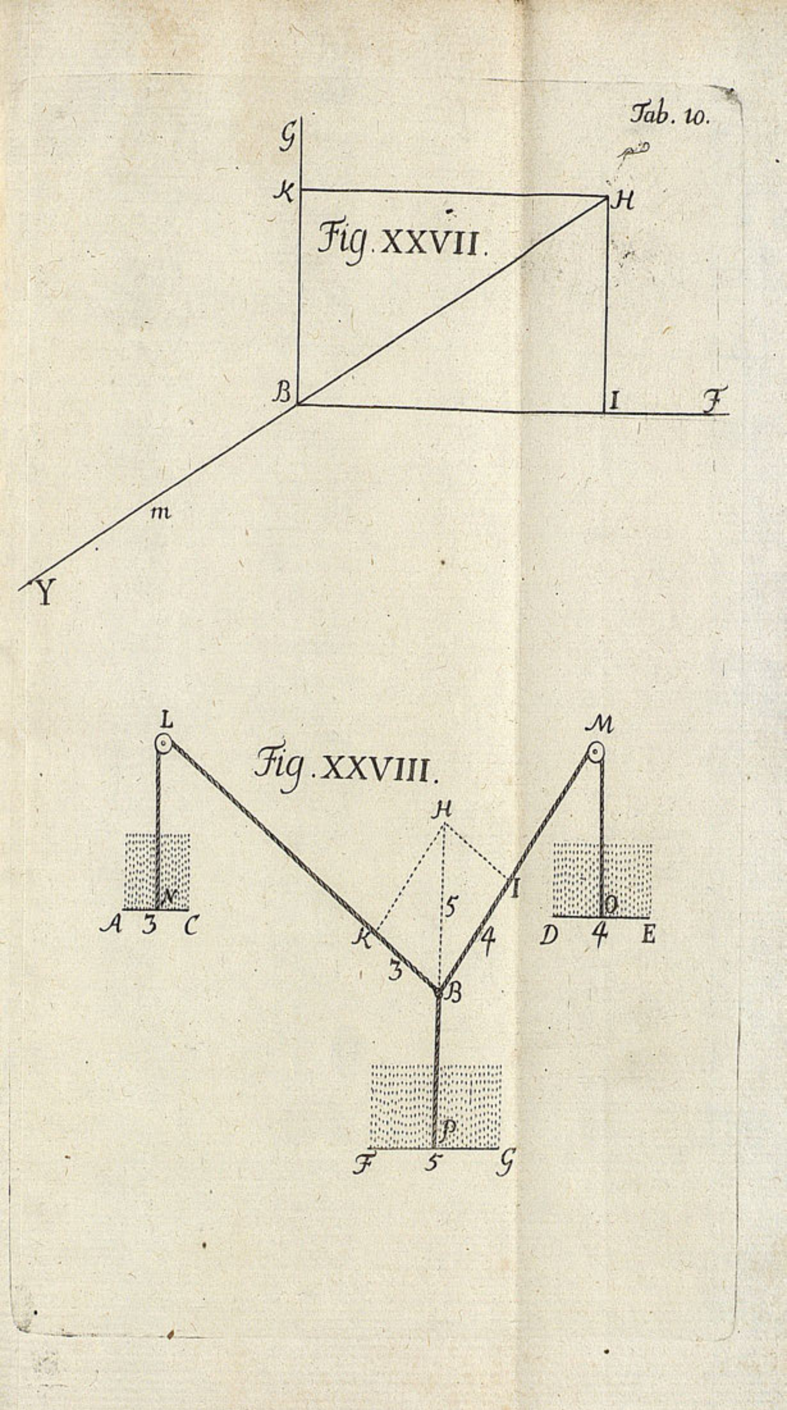
Tab. 9.

Fig. XXIV.

Fig. XXV

Fig. XXVI.




G
K
H
Fig. XXVII.
B
I
F
m
Y
L
M
Fig. XXVIII.
H
N
I
5
O
A 3 C
K
4
D 4 E
3
B
P
F 5 G

